

Simulasi Model Matematik Difraksi Gelombang dengan Metode Elemen Hingga

Oleh:

Didik Purwantoro

Staf Pengajar di Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan FT UNY

This paper presents results of research in mathematical model for solving mild slope equation using finite element method. In this method the model in differential equation is approximated with Galerkin's method and then the equation formed is solved with Jacobian iteration. The equation of refraction and diffraction can be formulated as Mild Slope equation which is assumed that the depth is constant. The result of his research indicates that mathematical model using finite element method give a good performance.

Kata kunci : *Simulation, Mathematical model, Finite element method*

PENDAHULUAN

Indonesia adalah negara maritim yang sebagian besarnya wilayah berupa laut, sehingga laut menjadi sangat penting peranannya. Salah satu bagian dari laut yang peranannya cukup besar yakni daerah pantai. Secara sederhana pantai adalah batas antara daratan dengan laut.

Seiring dengan perkembangan zaman pemanfaatan dan pengembangan laut (dalam hal ini pantai) sudah sangat beragam seperti pelabuhan, bangunan penangkap energi gelombang, dan pariwisata. Untuk pelabuhan itu sendiri keberadaannya sangat penting dalam usaha pemanfaatan laut, karena fungsi pelabuhan merupakan tempat berlabuh, berlayar kapal – kapal ikan, kapal – kapal dagang, kapal wisata, atau dijadikan pangkalan atau markas militer angkatan laut untuk menjaga keamanan wilayah laut Indonesia.

Pembangunan pelabuhan memakan biaya yang sangat besar. Oleh karena itu diperlukan suatu perhitungan dan pertimbangan yang masak untuk memutuskan pembangunan suatu pelabuhan. Keputusan pembangunan pelabuhan biasanya didasarkan pada pertimbangan – pertimbangan ekonomi, politik, dan teknis (Triatmodjo, 1996). Untuk perhitungan perencanaan pelabuhan dilakukan beberapa penyelidikan antar lain : survei hidrografi, topografi, tanah di rencana lokasi pemecah gelombang, dermaga, angin, arus, pasang surut dan gelombang.

Salah satu aspek penting dalam perencanaan sebuah pelabuhan adalah pembuatan model. Namun pembuatan model fisik ini membutuhkan biaya yang besar. Pada kenyataannya pembuatan pemecah gelombang membutuhkan biaya yang sangat besar. Sebagai contoh pada proyek Pembuatan Pemecah

Gelombang Glagah Tahap III di daerah Kulon Progo, Yogyakarta pada bulan April – Desember 2007 dengan total biaya Rp 25.840.247.966,00 (Edy Prabowo, 2007). Biaya yang sangat besar tersebut perlu perencanaan sangat teliti agar nanti proyek tersebut dapat berhasil dan sebanding dengan biaya yang telah dikeluarkan. Disamping pengeluaran biaya untuk pemodelan fisik sangat besar, pemodelan fisik memerlukan waktu yang lama dalam pembuatannya. Setiap detail yang dimodelkan harus sesuai dengan model yang akan dibangun pada kenyataan di lapangan. Dalam pemodelan fisik terdapat kelemahan yang lain yaitu pemodelan terbatas untuk satu model fisik, apabila akan mencoba model yang lain maka harus membuat mulai dari awal. Pengerjaan pemodelan fisik membutuhkan tempat yang luas, dikarenakan ukurannya harus skalatis dengan keadaan riil di lapangan. Sedangkan bila menggunakan pemodelan matematik, model tersebut bisa diubah sesuai dengan perencanaan dalam waktu yang lebih singkat. Tempat yang dibutuhkan sangat sederhana karena hanya menggunakan seperangkat komputer (*hardware* dan *software*). Hal ini dapat menyingkat waktu, tempat, dan menekan biaya yang akan dikeluarkan. Dalam jangka waktu tertentu struktur pelabuhan akan mengalami kerusakan, hal ini disebabkan pengaruh gelombang yang datang. Besaran gelombang yang datang ke arah pelabuhan harus diperhitungkan agar umur pelabuhan dapat diketahui. Salah

satu hal yang harus diperhitungkan adalah perilaku gelombang dibelakang pemecah gelombang (kolam putar pelabuhan) atau disebut difraksi gelombang. Tinggi gelombang di daerah kolam putar pelabuhan tidak boleh terlalu tinggi dan dilindungi oleh pemecah gelombang, fungsinya agar kerusakan – kerusakan akibat pengaruh gelombang dapat diminimalkan. Perhitungan dapat dilakukan secara manual ataupun menggunakan program. Namun perhitungan manual mempunyai beberapa kelemahan diantaranya memerlukan waktu yang sangat lama, kemungkinan kesalahan perhitungan sangat besar karena bergantung pada ketelitian setiap orang yang menghitung. Disamping itu, apabila bentuk pelabuhan tersebut sangat rumit atau tidak simetris maka perhitungannya akan sangat sulit untuk dipecahkan. Apabila menggunakan program dapat menyingkat waktu karena tinggal memasukkan data data yang diperlukan dan menunggu hasil dari *running* program tersebut. Walaupun bentuk model rumit perhitungan masih tetap bisa dilakukan secara cepat. Hal-hal tersebut di atas mendorong dilakukannya percobaan untuk mensimulasikan model secara matematik dan perhitungan difraksi gelombang menggunakan program jadi.

TINJAUAN PUSTAKA

Pemodelan gelombang dengan menggunakan metode elemen hingga adalah hal yang sangat umum di dalam

bidang Teknik Pantai. Hal ini dilakukan karena metode elemen hingga sangat sesuai untuk daerah yang tidak teratur, tidak homogen misalnya kedalaman, kadar garam, suhu yang bervariasi (Zienkiewicz et al, 1978).

Model yang menggabungkan antara refraksi dan difraksi gelombang pertama kali dikenalkan oleh Berkhoff yang dikenal dengan *Mild Slope Equation*. Persamaan tersebut berbentuk eliptik yang terbatas penggunaannya untuk daerah pantai yang luas. Pendekatan lain telah dikembangkan oleh Radder yang mengenalkan pendekatan dengan parabolik yang jauh lebih efisien dalam komputasinya tetapi ada beberapa keterbatasan, misalnya untuk rentang terjadinya sudut gelombang diharuskan kecil (Nizam, 1992).

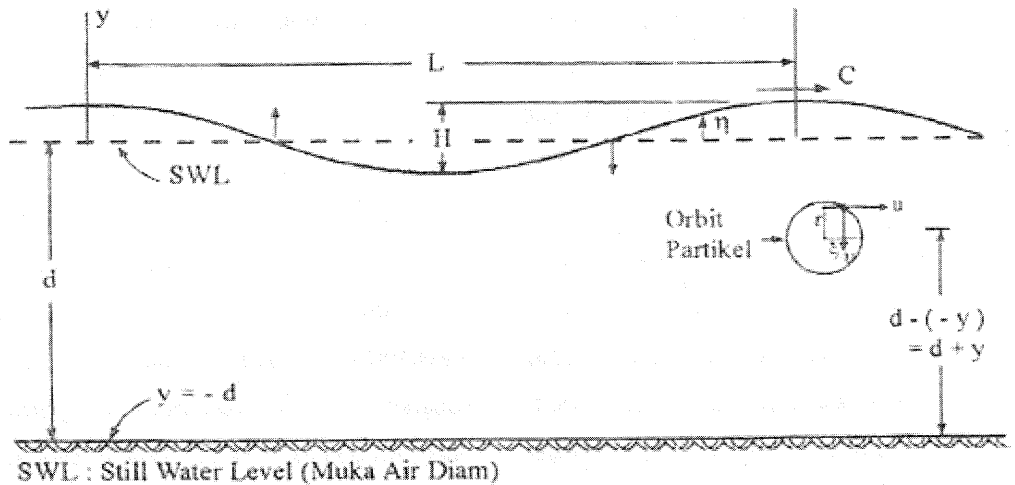
Penyelesaian secara analitik masih jarang, Jonsson dan Brink-Kjaer (1973), Smith dan Sprinks (1975) memberikan penyelesaian untuk kasus gelombang yang memasuki lingkaran pulau. Kirby dan kawan-kawan (1981) menggunakan persamaan tersebut untuk mengkaji gelombang dengan arah miring pada profil pantai yang tidak teratur (Dean and Dalrymple, 1984).

Untuk menghindari terjadinya osilasi, maka sebaiknya ukuran elemen tidak boleh terlalu besar jika dibandingkan dengan panjang gelombangnya. Secara numerik telah ditetapkan adanya aturan tentang ukuran elemen yaitu panjang sisi segitiga pada elemen yang digunakan

maksimal adalah $1/10$ dari panjang gelombangnya dan elemen-elemen di sekitar lekukan dibuat lebih kecil daripada jari-jari lekukan dan sebaiknya lebih dirapatkan (Mei, C.C, 1984).

Dalam pemodelan gelombang permukaan ada beberapa hal yang dibutuhkan yaitu ranah daerah hitungan seharusnya didiskritisasi sebanyak 8 sampai 10 titik tiap panjang gelombang dan perlakuan pada kondisi batas yang berpengaruh terhadap nilai pada ranah hitungan. (Zienkiewicz, 2000).

Gelombang dapat menyebabkan energi yang dapat membentuk pantai, arus dan transport sedimen dalam arah tegak lurus dan sepanjang pantai, serta menyebabkan gaya-gaya yang bekerja pada bangunan pantai. Gelombang merupakan faktor utama di dalam penentuan tata letak pelabuhan, alur pelayaran, maupun perencanaan bangunan pantai. Menurut (Triatmodjo, 1999) bentuk gelombang di alam sangat kompleks dan sulit digambarkan secara matematis karena ketidaklinearan, tiga dimensi dan memiliki bentuk yang *random* (suatu deret mempunyai tinggi dan periode berbeda). Beberapa teori yang ada hanya menggambarkan bentuk sederhana dan merupakan pendekatan gelombang alam. Salah satunya adalah Teori Gelombang Airy, teori ini menjelaskan bahwa suatu gelombang berada pada system koordinat x, y dan gelombang yang menjalar pada arah sumbu x .



Gambar 1. Sketsa Gelombang

Beberapa notasi yang digunakan adalah :

D : Jarak antara muka air rata dan dasar laut

$H(x,t)$: Fluktuasi muka air terhadap muka air rata

A : amplitude gelombang

H : tinggi gelombang $= 2a$

L : panjang gelombang

T : Periode gelombang, interval waktu yang diperlukan oleh partikel air untuk kembali pada kedudukan yang sama dengan kedudukan sebelumnya.

C : kecepatan rambat gelombang $= L/T$

K : angka gelombang $2\pi/L$

σ : frekuensi gelombang $2\pi/T$

T

Dalam gambar tersebut gelombang bergerak dengan cepat rambat C di air

dengan kedalaman d . Dalam hal ini yang bergerak (merambat) hanya bentuk (profil) muka air. Tidak seperti dalam aliran air di sungai di mana partikel (massa) air bergerak searah aliran, pada gelombang partikel air bergerak dalam satu orbit tertutup sehingga tidak bergerak maju. Suatu pelampung yang berada di lajur hanya bergerak naik turun mengikuti gelombang dan tidak berpindah (dalam arah penjarangan) dari tempatnya semula. Posisi partikel setiap saat selama gerak orbit tersebut diberikan oleh koordinat horisontal (ξ) dan vertikal (ϵ) terhadap pusat orbit. Komponen kecepatan vertikal pada setiap saat adalah u dan v , dan elevasi muka air terhadap muka air diam (sumbu x) di setiap titik adalah η .

Deretan gelombang yang bergerak menuju pantai akan mengalami perubahan bentuk yang disebabkan dari proses Difraksi, Refraksi dan Refleksi. Gelombang

pada laut dalam berbentuk sinusoidal. Pada laut transisi dan dangkal puncak gelombang akan semakin tinggi, dan pada kedalaman tertentu karena semakin tajam sehingga tidak stabil dan pecah. Setelah pecah gelombang tetap menjalar ke pantai dengan tinggi yang semakin berkurang. Proses tersebut akan menentukan tinggi gelombang dan garis puncak gelombang disuatu tempat pada daerah pantai.

Bentuk persamaan dari *mild slope equation* adalah eliptik yaitu :

$$\nabla(c c_g \nabla \zeta) + k^2 c c_g \zeta = 0 \dots\dots\dots(1)$$

atau

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(c c_g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c c_g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + k^2 c c_g \zeta = 0 \dots\dots\dots(2)$$

dengan

$$\zeta = a e^{i S} \quad \text{atau}$$

$$\zeta = i \frac{\dot{u}}{g} j e^{-i \dot{u}}$$

dan

$a = \frac{gH}{2\omega}$, $S = k_x \cos\theta + k_y \sin\theta$, $i = \sqrt{-1}$ dan k adalah *wave number*, t adalah periode gelombang, c adalah kecepatan rambat gelombang dan c_g adalah kecepatan rambat group gelombang.

a) Gelombang Laut Dalam Ekuivalen

Maksudnya tinggi gelombang saat berada di laut dalam dan tidak mengalami refraksi.

Sehingga dapat diketahui tinggi gelombang saat mengalami Refraksi, Difraksi, dan lainnya. Rumus untuk tinggi gelombang laut dalam Ekuivalen (Triatmodjo, 1996) :

$$H'o = K' Kr Ho \dots\dots\dots(3)$$

Dengan :

$H'o$ = Tinggi gelombang laut dalam ekuivalen

Ho = Tinggi laut dalam

K' = Koefisien Difraksi

Kr = Koefisien Refraksi

b) Refraksi gelombang

Refraksi terjadi disebabkan oleh pengaruh perubahan kedalaman laut. Di daerah laut dalam dimana kedalaman air lebih besar setengah panjang gelombang. Gelombang menjalar tanpa dipengaruhi oleh dasar laut. Tetapi, pada laut transisi dan laut dangkal dasar laut sangat mempengaruhi gelombang. Puncak gelombang pada air yang lebih dangkal manjalar lebih lambat daripada puncak gelombang pada air yang lebih dalam. Sehingga puncak gelombang akan membelok dan berusaha sejajar dengan garis kedalaman laut.

c) Refleksi gelombang

Gelombang yang mengenai suatu bangunan akan dipantulkan sebagian atau seluruhnya. Refleksi gelombang di dalam pelabuhan akan menyebabkan ketidaktenangan di dalam perairan pelabuhan. Sehingga kapal – kapal yang tertambat akan bergerak dan menimbulkan tegangan pada tali tambatan kapal tersebut. Untuk

itu bangunan – bangunan pada pelabuhan harus bisa menyerap gelombang.

d) Difraksi gelombang

Apabila gelombang datang terhalang oleh suatu rintangan seperti pemecah gelombang atau pulau, maka gelombang tersebut akan membelok di sekitar ujung rintangan dan masuk di daerah terlindung di belakangnya. Fenomena ini disebut difraksi gelombang. Dalam difraksi gelombang transfer energi dalam arah tegak lurus penjalaran gelombang menuju daerah terlindung. Apabila tidak terjadi difraksi gelombang daerah di belakang rintangan akan tenang. Tetapi karena adanya proses difraksi maka daerah tersebut terpengaruh oleh gelombang datang. Sehingga menyebabkan gelombang di daerah tersebut, meskipun tidak sebesar gelombang di luar daerah terlindung. Garis puncak gelombang di belakang rintangan memiliki bentuk busur lingkaran. Dianggap kedalaman air adalah konstan. Apabila tidak, maka selain difraksi juga terjadi refraksi gelombang. Tinggi gelombang berkurang di sepanjang puncak gelombang menuju daerah terlindung. Pengetahuan tentang difraksi gelombang ini penting dalam perencanaan pelabuhan dan pemecah gelombang sebagai pelindung pantai.

Tinggi gelombang akibat difraksi dapat dihitung dengan menyelesaikan persamaan Helmholtz yang merupakan persamaan diferensial parsial eliptik. Untuk keadaan khusus, yaitu tinggi gelombang

bayangan di belakang pemecah gelombang serta tinggi gelombang di belakang bukaan lebar penyelesaian analitiknya telah didapat oleh Penney dan Price (1955) dalam bentuk integral Fresnel. Untuk memudahkan dalam pemakaian, Wiegman (1964) telah menyajikan hasil analisis tersebut dalam bentuk tabel dan grafik. Pada rintangan (pemecah gelombang) tunggal, tinggi gelombang di suatu tempat di daerah terlindung pada jarak r dari titik tersebut terhadap ujung rintangan r , sudut antara rintangan dan garis yang menghubungkan titik tersebut dengan ujung rintangan β , dan sudut antara arah penjalaran gelombang dan rintangan θ . Perbandingan antara tinggi gelombang di titik yang terletak di daerah terlindung dengan tinggi gelombang datang disebut koefisien difraksi K'

$$HA = K' HP$$

$$K' = f(\theta, \beta, r/L)$$

Dengan A adalah titik yang di tinjau dibelakang rintangan dan P adalah ujung pemecah gelombang. Nilai K' untuk θ , β , dan r/L tertentu diberikan dalam tabel 3.5 yang didasarkan pada penyelesaian matematis.

TAHAPAN PENGUJIAN

A. Diskripsi Model

Gelombang yang datang terhalang oleh rintangan (pemecah gelombang) sehingga gelombang tersebut akan dibelokkan di sekitar ujung rintangan menuju daerah terlindung di belakangnya

Tinggi gelombang di belakang rintangan (pemecah gelombang) menjadi fokus dalam studi kasus ini. Dalam program ini dapat diketahui perilaku gelombang dari laut lepas menuju pelabuhan yang dihalangi rintangan (pemecah gelombang) dan masuk ke dalam kolam putar pelabuhan. Tinggi gelombang pada kolam putar harus kecil sehingga tidak merusak bangunan di pelabuhan tersebut. Diharapkan program ini dapat digunakan dalam perencanaan pembangunan pelabuhan, yaitu pada perencanaan pembangunan pemecah gelombang pada pelabuhan.

B. Objek Studi Kasus

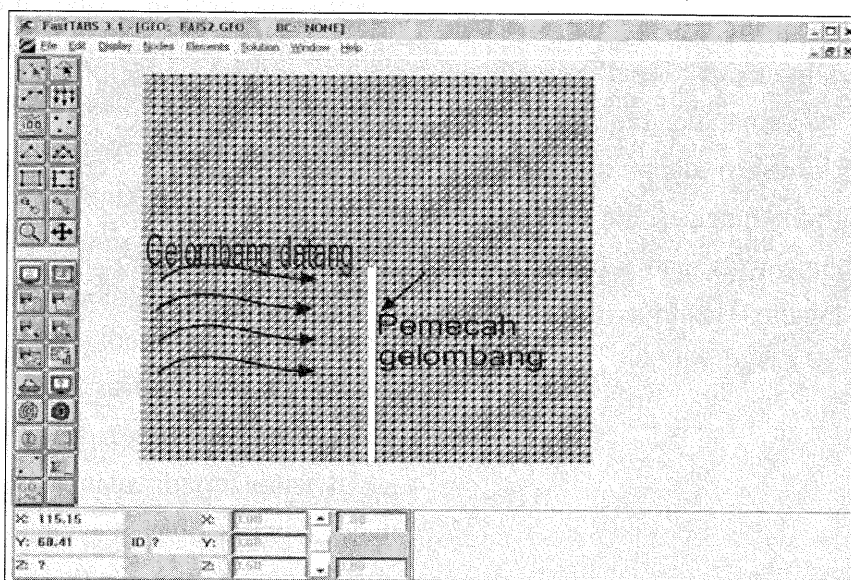
Objek studi kasus yang dianalisis adalah data geometri domain model meliputi kedalaman 20 m, rintangan berupa persegi panjang dengan panjang = 50 m dan lebar = 2 m, dan batas laut terbuka berbentuk persegi dengan batas $x = 100$ m dan $y = 100$ m.

C. Data Yang Dibutuhkan

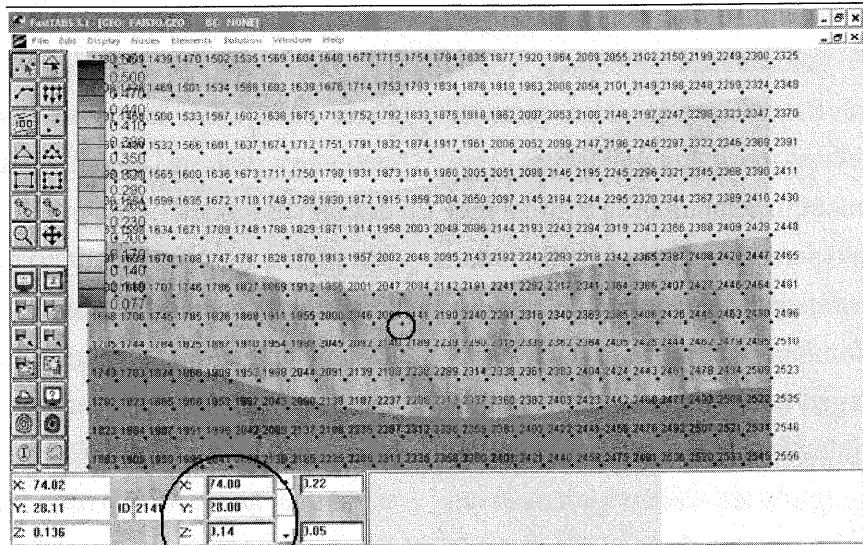
Data pada studi kasus ini meliputi data geometri domain model. Data geometri domain model meliputi kedalaman, rintangan, dan batas laut terbuka dengan ketentuan seperti pada objek studi kasus. Dalam melakukan pengolahan data, memerlukan alat yang digunakan untuk menjalankan sistem informasi ini yaitu perangkat keras (*hardware*) dan perangkat lunak (*software*).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dan pembahasan dalam simulasi dan perhitungan difraksi gelombang ke dalam perangkat lunak dan hasilnya terlihat pada gambar di bawah ini :

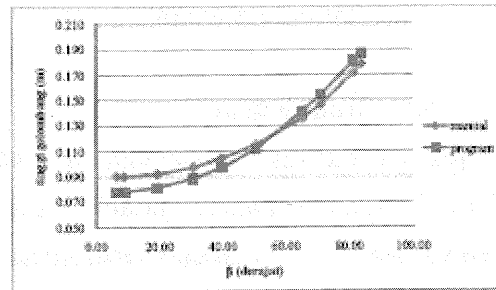


Gambar 2. Sketsa Model Difraksi Gelombang



Gambar 3. Hasil Hitungan Model Matematik

Pada gambar di atas dapat diketahui titik - titik yang ada di belakang rintangan (pemecah gelombang). Misal pada titik 2141 (lingkaran hitam kecil) dapat dilihat letak dan tinggi gelombang, nilai terdapat pada kotak bawah yang terlingkari hitam besar. Notasi X menunjukkan letak titik tersebut sejauh mana terhadap sumbu x dengan nilai 74, sedangkan Y menunjukkan letak titik tersebut sejauh mana terhadap sumbu y dengan nilai 28. dan Z menunjukkan tinggi gelombang pada titik tersebut dengan nilai 0.14. Dari hasil hitungan dapat digambarkan ke dalam grafik fungsi sudut antara titik tinjau ke ujung rintangan (β) terhadap tinggi gelombang. Hasilnya dapat terlihat pada grafik di bawah ini :



Gambar 4. Grafik Perbandingan Hasil Hitungan Model Matematik dengan Model

Dalam kasus ini, dapat diketahui tinggi gelombang setelah terjadi difraksi akan mengalami penurunan searah dengan jarak ke ujung rintangan dan sudut yang terbentuk daru ujung rintangan ke titik yang ditinjau. Semakin jauh dari titik yang ditinjau dari ujung rintangan maka akan semakin kecil tinggi gelombang yang terjadi. Difraksi terjadi setelah gelombang menghantam rintangan dan daerah difraksi di belakang rintangan tersebut, sehingga akan tetap terjadi adanya gelombang di belakang rintangan meskipun gelombang tersebut kecil.

KESIMPULAN

Dari hasil pengujian model dengan *running* program maupun perhitungan manual untuk simulasi difraksi gelombang dapat disimpulkan bahwa :

Hasil perhitungan model *running* dengan perhitungan manual terdapat perbedaan ketelitian dengan selisih terkecil adalah 0.003340 m dan diprosentasikan menjadi 2.908%. Selisih terbesar adalah 0.012078 m dan diprosentasikan menjadi 10.405%.

Daftar Pustaka

- Dean,R.G. and Dalrymple,R. A,1991,"*Water Wave Mechanics for Engineers and Scientist*", Advanced Series on Ocean Engineering World Scientist, New Jersey.
- Horikawa,K.,1988,"*Nearshore Dynamics and Coastal Processes*", University of Tokyo Press,Japan.
- Ippen,A.T.,1966,"*Estuary and Coastline Hydrodynamics*",McGraw-Hill, New York.
- Mei,C.C., 1994,"*The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*", Word Scientific Publishing Co. Singapore.
- Nizam, 1992, *Combined Refraction-Diffraction Modeling*", Forum Teknik Sipil UGM, No.I/2, page 84-91,Yogyakarta.
- Prabowo,E (2008), Laporan Akhir Praktek Industri, Teknik Sipil FT UNY, Yogyakarta.
- Triatmodjo,B (1996), Pelabuhan, Beta Offset ,Yogyakarta.
- Zienkiewics,.O.C.,and Morgan, K., 1983,"*Finite Element and Approximation*", John Wiley & Sons, Singapore.
- Zienkiewics,.O.C.,and Lewis,R.W., and Stagg,K.G.,1978 ,"*Numerical Methods in Offshore Engineering* ", John Wiley & Sons, Singapore.