

MODEL *FRACTION CIRCLE* UNTUK MENDORONG PEMAHAMAN KONSEP SISWA DALAM PEMBELAJARAN PENJUMLAHAN PECAHAN

FRACTION CIRCLE MODEL FOR SUPPORTING STUDENTS' MATHEMATICAL UNDERSTANDING IN TEACHING AND LEARNING FRACTION ADDITION

Renny Sendra Wahyuni, Darmawijoyo, Yusuf Hartono
Magister Pendidikan Matematika Program Pascasarjana UNSRI

E-mail : rennysendra@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk (1) mendeskripsikan pemahaman konsep siswa tentang operasi penjumlahan pecahan dengan model *fraction circle* melalui pembelajaran PMRI dan (2) mendeskripsikan lintasan belajar siswa dalam mempelajari konsep operasi penjumlahan pecahan menggunakan model *fraction circle*. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas 4 SD N 146 Palembang. Metode penelitian ini adalah *design research* melalui tahap-tahap: *preparing for the experiment*, *teaching experiment*, dan *retrospective analysis*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa (1) model *fraction circle* membantu siswa memahami konsep operasi penjumlahan pecahan melalui pembelajaran PMRI. (2) Lintasan belajar yang digunakan siswa adalah menggunakan tahap informal ke tahap formal. Pada tahap informal, siswa menggunakan konteks kue manipulatif yang dipartisi menjadi beberapa bagian sama besar sehingga membentuk model *fraction circle*. Selanjutnya, siswa menyelesaikan masalah dengan menggunakan *fraction circle* sebagai *model of* menuju *model for*, yaitu membuat gambar *fraction circle*. Di tahap formal, siswa menyelesaikan operasi penjumlahan pecahan tanpa menggunakan model *fraction circle*.

Kata kunci: *pecahan, fraction circle, design research, PMRI*

Abstract

The purpose of this study was to (1) describe the students' understanding of the fraction addition operation concept using fraction circles model through Indonesian Realistics Mathematics Education (Pembelajaran Matematika Realistik Indonesia/PMRI) approach and (2) describe the students' learning trajectories in studying the fraction addition operation concept using fraction circles model. The subjects of the study were grade 4 students of state elementary school 146 Palembang. The method used is a design research through the stages of preparing for the experiment, teaching experiments, and retrospective analysis. The results showed that (1) the fraction circles model help students understand the concept of fractions addition operation in PMRI learning, (2) Learning trajectory used by students was use informal stage leads to the formal stage. At the informal stage, students use context manipulative cake partitioned into several equal parts so that it becomes fraction circles. Furthermore, students solve problems by using fraction circles as a model of which led to the model for which create images fraction circles. At the formal stage, students are able to complete the fraction addition operation without using fraction circles model.

PENDAHULUAN

Model Fraction Circle adalah model konkrit yang dapat digunakan untuk mempelajari bilangan pecahan. Menurut Cramer, Wyberg, dan Leavitt (2008) model konkrit tersebut dapat digunakan untuk membantu

menumbuhkan pemahaman siswa tentang bagian dan keseluruhan dari pecahan serta makna ukuran relatif pecahan. Hal itu sejalan dengan yang dikemukakan dalam *The Rational Number Project (RNP)* (Cramer dan Henry, 2002) bahwa model *fraction circle* merupakan

representasi yang sangat efektif untuk membangun gambaran situasi (*mental-images*) pada bilangan pecahan. Representasi memegang peranan yang sangat penting ketika siswa mempelajari bilangan pecahan. Hal itu sejalan pula dengan yang dirumuskan NCTM (2000) sebagai berikut “*Representation should be treated as essential elements in supporting student’s understanding of mathematical concepts and relationships; in communicating mathematical approaches, and arguments ...*”

Rumusan tersebut menunjukkan bahwa representasi merupakan elemen penting dalam mendukung pemahaman siswa terhadap konsep matematika dan hubungan-hubungannya, mengkomunikasikan pendekatan-pendekatan matematika, dan dalam memberikan argumen.

Penelitian yang dilakukan oleh Cramer, Wyberg, dan Leavitt (2008) tentang “*The role of representations in fraction addition and subtraction*” menunjukkan bahwa model konkrit merupakan bentuk penting dari representasi dan diperlukan untuk mendukung siswa dalam memahami operasi bilangan pecahan. Representasi penting lainnya adalah gambar, konteks, bahasa siswa, dan simbol. Representasi tersebut dapat menjadikan ide lebih bermakna bagi siswa. Penelitian lain yang berkaitan dengan bilangan pecahan dilakukan oleh Lukhele, Muray, dan Olivier (1999) tentang “*Learners’ understanding of the addition of fractions*” yang menunjukkan bahwa penyebab kesalahan siswa adalah pemahaman yang lemah atau tidak adanya pemahaman konsep yang baik tentang bilangan pecahan, dan khususnya tidak ada pemahaman yang baik tentang representasi simbolis dari bilangan pecahan.

Terkait dengan permasalahan di atas, diperlukan pendekatan pembelajaran yang sesuai. Salah satu pendekatan itu adalah Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) yang diadopsi dari *Realistic Mathematics Education* (RME). RME merupakan pendekatan pembelajaran matematika yang

menggunakan keadaan realistik dalam proses pembelajaran matematika. Kata “realistik” sering disalahartikan sebagai “*real world*”, yaitu dunia nyata. Menurut Van den Heuvel-Panhuizen (Ariyadi Wijaya, 2012), penggunaan kata “realistik” tersebut tidak sekadar menunjukkan adanya suatu koneksi dengan dunia nyata (*real world*) tetapi lebih mengacu pada fokus Pendidikan Matematika Realistik dalam menekankan pada penggunaan suatu situasi yang bisa dibayangkan (*imagineable*) oleh siswa.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian terkait penggunaan model *fraction circle* dalam pembelajaran PMRI untuk mengembangkan pemahaman siswa kelas IV SD terkait konsep pecahan. Rumusan masalah penelitian ini adalah: (1) Bagaimanakah pemahaman siswa terhadap konsep operasi penjumlahan pecahan menggunakan model *fraction circle* melalui *hypothetical learning trajectory* (HLT) yang telah didesain? dan (2) Bagaimanakah lintasan belajar konsep operasi penjumlahan pecahan menggunakan model *fraction circle*?

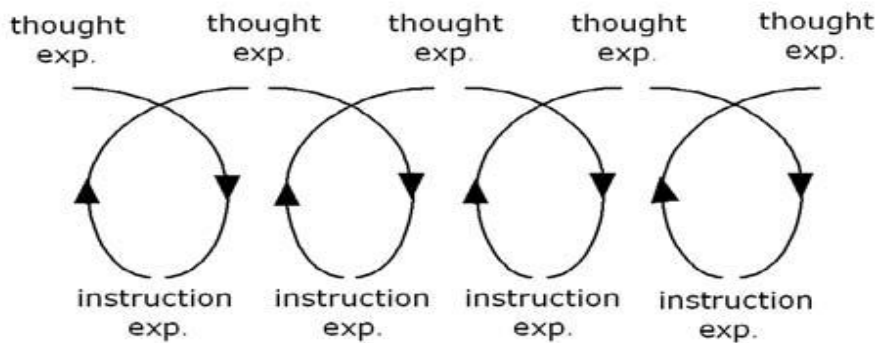
Sejalan dengan rumusan masalah tersebut, penelitian ini bertujuan untuk (1) mendeskripsikan pemahaman konsep siswa tentang operasi penjumlahan pecahan dengan model *fraction circle* melalui pembelajaran PMRI dan (2) mendeskripsikan lintasan belajar siswa dalam mempelajari konsep operasi penjumlahan pecahan menggunakan model *fraction circle*.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode *design research* pembelajaran dengan subjek penelitian siswa kelas IV SDN 146 Palembang. *Design research* adalah suatu kajian sistematis tentang merancang, mengembangkan dan mengevaluasi intervensi pendidikan (seperti program, strategi dan bahan pembelajaran, produk, dan sistem) sebagai solusi untuk memecahkan masalah yang kompleks dalam

praktik pendidikan, yang juga bertujuan untuk memajukan pengetahuan kita tentang karakteristik dari intervensi-intervensi tersebut serta proses perancangan dan pengembangannya (Plomp & Nieveen, 2007). Sedangkan menurut Gravemeijer dan Van Eerde (2009), *design research* adalah metode penelitian yang bertujuan untuk mengembangkan *local instruction theory* melalui kerjasama antara peneliti dan guru untuk meningkatkan kualitas pembelajaran. Menurut Gravemeijer & Cobb (2006), *design research* terdiri dari beberapa tahap, yaitu *preparing for the experiment*, *teaching experiment*, dan *retrospective analysis*.

Dalam *design research* pembelajaran, proses pelaksanaan penelitian dipandu oleh instrumen yang disebut *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). Apabila pembelajaran yang dilakukan tidak sesuai dengan desain yang sudah dirancang, maka perlu dilakukan pendesainan kembali (*thought experiment*) terhadap HLT untuk kemudian dilakukan pengujian kembali terhadap HLT (*instruction experiment*). Proses ini berlangsung terus menerus tergantung pada waktu dalam melakukan eksperimen. Proses siklis desain research tersebut disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. *Cyclic Process Design Research* (Gravemeijer & Cobb, 2000)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut akan dideskripsikan gambaran tentang proses pembelajaran siswa sesuai dengan desain pembelajaran dalam penelitian ini. Akan dideskripsikan saat-saat kritis ketika pemikiran siswa mungkin dihasilkan.

Pada Aktivitas 1, siswa melakukan partisi menggunakan kue manipulatif yang telah disediakan. Gambar 2 menunjukkan contoh jawaban siswa dengan menggunakan representasi model lingkaran.

Kue	Aktivitas	Bagian	Gambar
1 kue keju	Dibagi menjadi 2 bagian sama besar.	$\frac{1}{2}$	
1 kue keju	Dibagi menjadi 4 bagian sama besar.	$\frac{1}{4}$	
1 kue keju	Dibagi menjadi 8 bagian sama besar.	$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{8}$ kue keju	Dibagi mejadi 2 bagian sama besar.	$\frac{1}{16}$	

Gambar 2. Representasi dari *Fraction Circle*

Peneliti mengajukan pertanyaan untuk mengetahui sejauh mana pemikiran siswa dalam menyelesaikan masalah yang disajikan di Aktivitas 1. Berikut merupakan cuplikan percakapan antara peneliti dengan siswa.

Peneliti : *Bagian mana yang merupakan setengah dari kue?*

Andreas : *Ini. (Menunjukkan setengah bagian kue)*

Peneliti : *Bagaimana kalian tahu kalau itu adalah setengah?*

Galang : *Karena 1 kue ini dibagi menjadi 2 bagian sama besar. (Sambil menunjukkan satu keseluruhan kue). Jadi, ini nilainya setengah. (Menunjuk setengah bagian dari kue)*

Peneliti : *Bagus!. Nah, bagaimana dengan setiap bagian seperdelapan ini dibagi menjadi 2?*

Andreas : *Ini yang dari seperdelapan dipotong jadi 2 semua. Jadi, ada 16 potongan. (mengambil pecahan*

seperdelapan sambil memeragakannya). Jadi, dapat duaperenambelas.

Peneliti : *Oohh gitu ya.. Coba sekarang perhatikan ini! (mengambil satu potong dari pecahan seperenambelas). Ini berapa?*

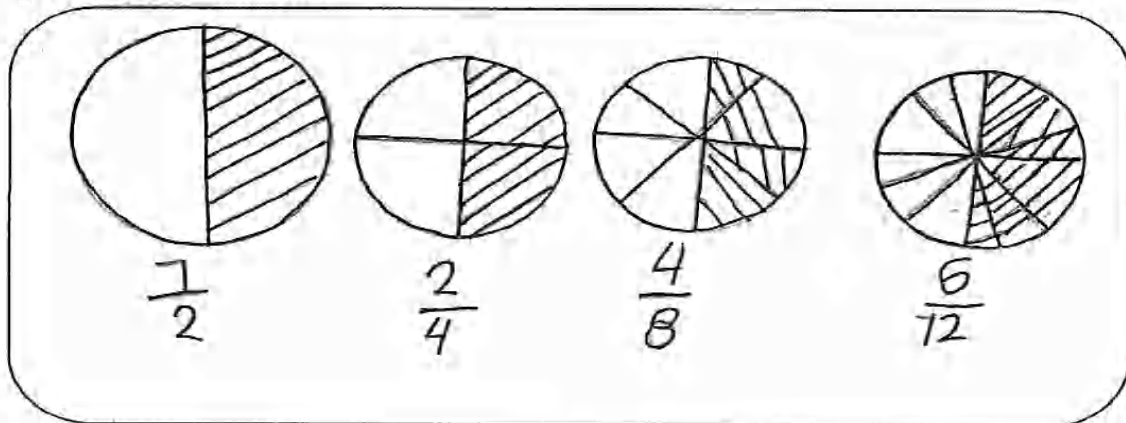
Anfal & Galang : *Duaaaa.... Eh satuuuu...*

Peneliti : *Nah jadi, ini berapa nilainya*

Anfal : *Satuperenambelas....*

Dari percakapan di atas, terlihat pada ketika siswa memotong setiap bagian $\frac{1}{8}$ dibagi menjadi 2 bagian sama besar, pertama mereka beranggapan bahwa karena kue dibagi menjadi 2, menurut mereka satu bagian dari seperenambelas itu adalah duaperenambelas. Untuk mengklarifikasi hal tersebut, peneliti melakukan intervensi sehingga siswa menemukan sendiri bahwa seperdelapan yang dibagi menjadi 2 bagian yang sama besar tersebut menghasilkan seperenambelas setiap bagiannya.

1. Potongan kue berapa sajakah yang sama dengan potongan $\frac{1}{2}$ kue ? Coba kalian gambarkan dan arsirlah!



2. Coba lihat kembali jawabanmu pada no. 1. Tuliskan dalam bentuk matematikanya!

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12}$$

Gambar 3. Representasi Pecahan-Pecahan Senilai

Siswa mempartisi setiap kue manipulatif menjadi beberapa bagian yang sama besar sehingga menjadi *fraction circle*. Selanjutnya tugas mereka adalah menemukan pecahan senilai. Pecahan senilai ini akan sangat bermanfaat bagi mereka ketika akan memahami operasi penjumlahan pecahan. Pada Aktivitas 2 ini, tujuan pembelajaran yang ingin dicapai adalah siswa mampu menemukan pecahan yang senilai dengan cara mengeksplorasi model *fraction circle* yang mereka letakkan di atas karton hitam yang telah disediakan. Di karton hitam tersebut ada lingkaran berwarna putih, di lingkaran berwarna putih itulah mereka akan menaruhnya dan kemudian

mengeksplorasi. Tujuan karton ini adalah untuk mempermudah mereka menemukan pecahan yang senilai, sehingga mereka menemukan hubungan antara penyebut dan pembilang. Hasil jawaban siswa dari hasil diskusi disajikan pada Gambar 3. Dari Gambar 3, tampak bahwa siswa telah mengerjakan soal dengan baik dan benar. Gambar 4 menunjukkan bahwa siswa mampu menemukan pola hubungan antara pembilang dan penyebut. Sementara pada Gambar 5, siswa menunjukkan telah mampu membuat simpulan bahwa pembilang dan penyebut harus dikalikan dengan bilangan yang sama untuk memperoleh pecahan-pecahan senilai.

3. Coba lihat kembali jawabanmu pada no. 2!

Perhatikan angka yang ada di bagian atas atau "PEMBILANG" dan angka yang ada di bagian bawah atau "PENYEBUT"!

a. Dikalikan dengan angka berapakah pembilangnya?

Jelaskan jawabanmu:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4} \quad \frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8} \quad \frac{1}{2} \times \frac{8}{8} = \frac{8}{16}$$

b. Dikalikan dengan berapakah penyebutnya?

Jelaskan jawabanmu:

$$2 \times 2 \quad 2 \times 4 \quad 2 \times 8$$

c. Apakah angka yang digunakan adalah sama atau tidak sama?

Jelaskan jawabanmu:

Sama

Gambar 4. Pola Hubungan Pecahan-Pecahan Senilai

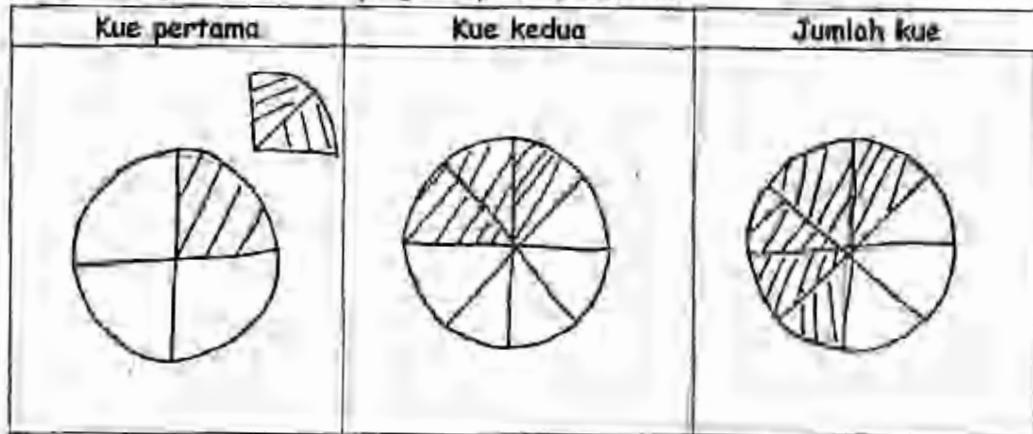
4. Dari jawaban no. 3, coba berikan kesimpulan!

Kesimpulan kami:

Pembilang dan penyebut dikalikan dengan angka yg sama

Gambar 5. Simpulan tentang Pecahan Senilai

4. Pada pembagian pertama, Rini mendapatkan $\frac{1}{4}$ kue. Lalu ia mendapatkan $\frac{3}{8}$ kue lagi.
 a. Coba kalian gambarkan kue yang didapatkan oleh Rini!



- b. Berapa jumlah kue yang didapat Rini sekarang? Tuliskan ke dalam bentuk matematikanya!

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{1 \times 2}{4 \times 2} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

- c. Sesampainya di rumah, Rini memakan $\frac{1}{4}$ kuenya. Jadi, berapa sisa kue Rini sekarang?

Cara kami mengetahuinya:

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8} - \frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

Gambar 6. Pola Hubungan Operasi Penjumlahan Pecahan

Selanjutnya, tujuan pembelajaran yang ingin dicapai adalah siswa mampu menjelaskan konsep operasi penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda. Melalui Aktivitas 3, siswa mempunyai pengalaman bahwa untuk

menjumlahkan dua pecahan dengan penyebut berbeda dapat dilakukan dengan menyamakan terlebih dahulu penyebut kedua pecahan itu. Gambar 6 menunjukkan hasil jawaban siswa dalam menyelesaikan masalah terkait

penjumlahan dua pecahan berpenyebut berbeda. Apabila diperhatikan kedua jawaban tersebut, masing-masing kelompok mempunyai strategi yang hampir sama untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang diberikan. Pada Gambar 6, kedua kelompok tersebut merepresentasikan hasil eksplorasi *fraction circle*-nya ke dalam bentuk gambar yang telah diarsir. Terdapat temuan yang menarik pada jawaban di bagian b, kelompok (gambar (b)) telah menemukan sebuah pola hubungan antara pecahan yang senilai dalam menyelesaikan penjumlahan bilangan pecahan tersebut. Mereka mengalikan pembilang dan penyebut dengan angka 2 untuk pecahan yang bernilai $\frac{1}{4}$, sehingga hasil yang diperoleh adalah $\frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}$. Setelah penyebutnya sama, kemudian mereka menjumlahkan pembilangnya sedangkan penyebutnya tetap. Di sinilah letak keterkaitan antara konsep-konsep pecahan yang telah mereka pelajari melalui pengalaman mengeksplorasi model *fraction circle*. Selanjutnya, kedua pecahan tersebut penyebutnya sama, kedua pecahan tersebut dijumlahkan, yakni $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$. Secara keseluruhan siswa mampu memahami dan menemukan bahwa untuk menjumlahkan kedua pecahan yang berbeda penyebut tidak langsung dioperasikan atau dijumlahkan, melainkan harus disamakan terlebih dahulu penyebutnya.

Dalam menjawab rumusan masalah, peneliti merujuk pada hasil analisis retrospektif sebelumnya yang dijelaskan secara runtut sebagai berikut:

Aktivitas 1. Membagi dan memotong kue manipulatif menjadi bagian yang sama besar

Tujuan aktivitas ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa dalam memecahkan masalah melalui kegiatan membuat partisi dari sebuah lingkaran menjadi bagian yang sama besar, yakni dalam hal ini yang

diberikan adalah kue-kue manipulatif. Siswa diberikan masalah kontekstual untuk diselesaikan dengan menggunakan bantuan potongan-potongan kue manipulatif tersebut. Dalam aktivitas ini, siswa bersama kelompoknya membuat model pecahan sendiri.

Pada percobaan mengajar di siklus 1 (*pilot experiment*), sebagian besar dugaan peneliti sejalan dengan kejadian yang terjadi di kelas. Dalam memecahkan masalah kontekstual melalui kegiatan membagi dan memotong/mempartisi kue-kue manipulatif pada Lembar Aktivitas Siswa (LKS), secara keseluruhan kejadian pada saat percobaan mengajar sesuai dengan dugaan yang telah dibuat sebelumnya. Strategi siswa dalam mempartisi kue-kue tersebut bervariasi. Ada yang langsung melipat-lipat untuk membaginya dan ada juga yang diukur (dikira-kira) dengan menggunakan penggaris, baru kemudian dilipat menjadi bagian-bagian yang sama besar. Secara keseluruhan, siswa dalam menyelesaikan LAS 1.a cukup baik. Hanya saja ketika mereka disuruh membuat simpulan, mereka masih bingung dengan apa yang diminta soal. Kemudian pada LAS 1.b, aktivitas yang dilakukan adalah siswa membuat/memproduksi *fraction circle* dari permasalahan kontekstual yang diberikan. Ketika mereka membagi kue menjadi 3 bagian yang sama besar terlihat kesulitan, tetapi dengan melakukan intervensi yang dilakukan oleh peneliti, siswa akhirnya bisa membagi kue menjadi 3 bagian yang sama.

Pada siklus 2 (*teaching experiment*), yang terjadi pada saat siklus 1 itu terjadi juga di siklus 2, yaitu siswa kebingungan dalam membagi kue menjadi 3 bagian yang sama besar. Secara keseluruhan, pada Aktivitas 1 ini yang terjadi di siklus 1 juga terjadi di siklus 2.

Aktivitas 2. Menemukan pecahan yang senilai

Pada aktivitas ini, tujuan pembelajaran yang ingin dicapai adalah siswa mampu menemukan pecahan yang senilai dengan cara

mengeksplorasi model *fraction circle* yang mereka letakkan di atas karton hitam yang telah disediakan. Pada siklus 1, siswa mampu menemukan pola hubungan antara penyebut dan pembilang, begitu juga pada siklus 2.

Aktivitas 3. Menjumlahkan bilangan pecahan berpenyebut beda.

Tujuan pembelajaran yang ingin dicapai pada aktivitas ini adalah siswa mampu memahami konsep operasi penjumlahan pecahan berpenyebut beda. Diharapkan pada aktivitas ini siswa dapat menemukan pola bahwa penyebut dari pecahan yang dijumlah merupakan kelipatan dari penyebut-penyebut lain. Siswa mempunyai pengalaman bahwa apabila menjumlahkan pecahan dengan penyebut beda, penyebutnya harus disamakan terlebih dahulu, yaitu dengan menggunakan konsep pecahan senilai.

Peneliti melakukan intervensi kepada tiap-tiap kelompok untuk membimbing siswa menemukan konsep tersebut. Setelah itu, siswa pada tiap-tiap kelompok mempunyai strategi yang hampir sama untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang diberikan. Ada kelompok yang merepresentasikan hasil eksplorasi *fraction circle*-nya ke dalam bentuk gambar yang telah diarsir. Ketika mereka akan menemukan pola hubungan antara pecahan yang senilai dalam menyelesaikan penjumlahan bilangan pecahan tersebut, mereka mengalikan pembilang dan penyebut dengan angka 2 untuk pecahan yang bernilai $\frac{1}{4}$, sehingga hasil yang diperoleh adalah $\frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}$. Setelah penyebutnya sama, kemudian mereka menjumlahkan pembilangnya sedangkan penyebutnya tetap. Disinilah letak keterkaitan antara konsep-konsep pecahan yang telah mereka pelajari melalui pengalaman mengeksplorasi model *fraction circle*. Setelah kedua pecahan tersebut berpenyebut sama, kedua pecahan tersebut dijumlahkan, yakni $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.

Secara keseluruhan siswa mampu memahami bahwa untuk menjumlahkan kedua pecahan yang berbeda penyebut tidak dapat langsung dioperasikan, melainkan harus disamakan terlebih dahulu penyebutnya.

SIMPULAN DAN SARAN

Dari penelitian yang telah dilakukan, bahwa *fraction circle* mampu mendorong pemahaman siswa dalam pembelajaran operasi penjumlahan pecahan. Hal tersebut dapat dilihat dari serangkaian aktivitas yang telah dilakukan, yakni: (1) membagi dan memotong kue manipulatif menjadi bagian yang sama besar, sehingga menjadi berbagai macam pecahan (*fraction circle*); (2) menemukan pecahan senilai; (3) menyelesaikan operasi penjumlahan pecahan berpenyebut beda.

Lintasan belajar yang dihasilkan diimplementasikan dengan menggunakan tahap informal menuju ke tahap formal. Pada tahap informal, siswa menggunakan konteks kue manipulatif yang dipartisi menjadi beberapa bagian sama besar, sehingga menjadi *fraction circle*. Selanjutnya, siswa mulai menyelesaikan masalah dengan menggunakan *fraction circle* sebagai *model of* yang berujung pada *model for* yaitu membuat gambar *fraction circle*. Di tahap formal, siswa mampu menyelesaikan operasi penjumlahan pecahan tanpa menggunakan *fraction circle*.

Berdasarkan dengan temuan yang ada pada penelitian ini, terlihat bahwa siswa dapat memahami konsep operasi bilangan pecahan, khususnya pada penjumlahan dan pengurangan. Permasalahan kontekstual yang diberikan mampu membangun pemahaman mereka dalam mencapai konsep tersebut. Untuk peneliti selanjutnya diharapkan mampu mengembangkan kembali konteks yang dapat digunakan dalam pembelajaran ini. Guru, diharapkan dapat menggunakan hasil desain ini untuk diterapkan pada pembelajaran materi pecahan.

DAFTAR PUSTAKA

- Ariyadi Wijaya. 2012. *Pendidikan Matematika Realistik: Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Cramer, K, et al. 2008. The Role of Representations in Fraction Addition and Subtraction. *Mathematics Teaching In The Middle School*, Vol. 13, No. 8, April 2008.
- Gravemeijer, K. P. E., & Cobb, P. 2006. Design Research From A Learning Design Perspective. In J. V. D Akker, K. P. E Gravemeijer, S. McKenney, N. Nieven (Eds.), *Educational Design Research* (pp. 17-51). London: Routledge.
- Gravemeijer, K. P. E., & Van Eerde, D. 2009. Design Research as a Means for Building a Knowledge Base for Teaching in Mathematics Education. *The Elementary School Journal*, 109(5).
- Lukhele, R.B., Muray, H. & Olivier, A. 1999. *Learners' Understanding of The Addition Of Fractions*. Proceedings of The Fifth Annual Congress of The Association for Mathematics Education of South Africa Vol. 1 (pp. 87-97). Port Elizabeth: Port Elizabeth Technikon.
- Plomp, T., & Nieveen, N. 2007. Educational Design Research: an Introduction. In Plomp, T., & Nieveen, N. (Editor). *An Introduction To Educational Design Research* (pp. 9-35). Enschede: sl.