

ANALISIS PORTOFOLIO OPTIMAL FUZZY MEAN ABSOLUTE DEVIATION DENGAN ALGORITMA GENETIKA

OPTIMAL PORTFOLIO ANALYSIS OF FUZZY MEAN ABSOLUTE DEVIATION USING GENETICS ALGORITHM

Rahmat Fatoni*, Rosita Kusumawati

Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta,
Yogyakarta 55281, Indonesia

*email korespondensi: rosita_kusumawati@uny.ac.id

Abstrak

Fuzzy Mean Absolute Deviation (FMAD) merupakan pengembangan dari model *Mean Absolute Deviation (MAD)* dimana semua parameter-parameter pada model berupa bilangan *fuzzy*. Tujuan dari artikel ini adalah menjelaskan analisis pembentukan model FMAD untuk optimasi portofolio saham pada pasar saham di Indonesia serta penyelesaian model menggunakan algoritma genetika. Penyelesaian model FMAD dilakukan dengan terlebih dahulu menyusun model Program Linear (PL) yang ekuivalen dengannya menggunakan metode Mehar. Solusi optimal dari model PL yang diperoleh ditentukan menggunakan algoritma genetika. Contoh numeris penerapan model FMAD untuk menyusun portofolio dari saham-saham yang terdaftar pada indeks LQ45 selama periode 1 Januari 2014 - 31 Desember 2016 diberikan. Lima saham yang terpilih yaitu Pakuwon Jati Tbk (PWON), Global Mediacom Tbk (BMTR), Adaro Energy Tbk (ADRO), Perusahaan Gas Negara (PGAS), dan Media Nusantara Citra Tbk (MNCN). Tiga contoh portofolio dengan 3 batasan bobot investasi maksimal yang berbeda disusun. Portofolio FMAD optimal terdiri dari PWON 30%, BMTR 0%, ADRO 20%, PGAS 0%, dan MNCN 50% dengan *indeks sharpe* 0,354 yang lebih tinggi dari portofolio MAD.

Kata kunci: *fuzzy mean absolute deviation*, metode Mehar, algoritma genetika

Abstract

Fuzzy Mean Absolute Deviation (FMAD) model is the development of Mean Absolute Deviation (MAD) model where all the parameters in the model are fuzzy numbers. The purposes of this article are to explain the construction of FMAD model for portfolio optimization in Indonesia stock market and to find the solution of the model using Genetic Algorithm (GA). Steps to find the solution of FMAD model are finding Linear Programming (LP) model that is equivalent to FMAD model using Mehar method, then solving LP model using GA. FMAD model is applied to construct a portfolio of stocks listed on the LQ45 index during the period January 1, 2014 - December 31, 2016. Five selected stocks are Pakuwon Jati Tbk (PWON), Global Mediacom Tbk (BMTR), Adaro Energy Tbk (ADRO), Perusahaan Gas Negara (PGAS), and Media Nusantara Citra Tbk (MNCN). Three examples are arranged based on three different maximum investment weights. The optimal FMAD portfolio compose of PWON 30%, BMTR 0%, ADRO 20%, PGAS 0%, dan MNCN 50%. with the Sharpe's index 0.354 higher than MAD portfolio.

Keywords: *fuzzy mean absolute deviation, Mehar method, genetic algorithm*

Pendahuluan

Model optimasi portofolio *Mean-Variance (MV)* pertama kali ditemukan oleh Hary M. Markowitz pada tahun 1952. Keterbatasan perhitungan variansi dan kovariansi model MV terlalu kompleks saat jumlah saham terlalu banyak sehingga mendorong Konno dan Yamazaki (1991) mengembangkan metode *Mean Absolute Deviation (MAD)* yang menggunakan *absolute deviation* sebagai parameter risiko. Namun dalam model MAD, nilai *expected return* diduga dengan rerata *return* historis dan nilai risiko saham diduga dengan rata-rata risiko historis. Rerata *return* historis terkadang bukan nilai dugaan yang tepat untuk *expected return*. Bilangan *fuzzy* adalah satu

cara untuk memberikan nilai dugaan yang lebih tepat. Model FMAD adalah model MAD dalam himpunan *fuzzy* dimana semua parameter dalam model berupa bilangan *fuzzy* [1].

Beberapa penelitian di antaranya mengenai model portofolio MAD dengan return berupa bilangan *fuzzy* [2]. Kesimpulan yang diperoleh yaitu bilangan *fuzzy* sangat baik digunakan untuk mendeskripsikan return yang tidak pasti dari model MAD. Selain itu juga mengenai pemilihan portofolio pada pasar saham di Indonesia dengan Program Linear *Fuzzy* Tujuan Ganda [3]. Kesimpulan yang diperoleh yaitu model program linear *fuzzy* tujuan ganda dapat digunakan sebagai alat yang kuat untuk mendeskripsikan *return* dan risiko yang tidak pasti.

Model FMAD adalah model *Fuzzy Linear Programming* (FLP) yang merupakan pengembangan teori optimisasi menggunakan teori himpunan *fuzzy* untuk penyusunan portofolio. Model FLP dan berbagai metode untuk menyelesaikan model FLP serta berbagai aplikasinya telah dibahas secara detail [4]. Metode Mehar adalah salah satu metode yang memtransformasi model FLP menjadi model Program Linear (PL) yang kemudian diselesaikan dengan metode simpleks sehingga menghasilkan solusi yang optimal. Metode Mehar untuk solusi optimal *fuzzy* dan analisis sensitivitas pada FLP dengan bilangan *fuzzy* trapesium simetris telah dikaji [5]. Kesimpulan yang diperoleh yaitu metode Mehar lebih mudah digunakan untuk penyelesaian model FLP dengan mencari model PL yang ekuivalen dengannya.

Pencarian solusi optimal model PL secara *exact* yang memberikan hasil akurat terkadang membutuhkan waktu yang lama. Oleh karena itu, dibutuhkan algoritma yang dapat memberikan hasil yang akurat serta efisien. Algoritma genetika memiliki kemampuan dalam menyelesaikan berbagai masalah kompleks [6]. Telah banyak penelitian algoritma genetika untuk optimisasi antara lain penggunaan algoritma genetika untuk penyelesaian optimasi alokasi portofolio saham menggunakan model Markowitz pada pasar modal Indonesia [7], dan penggunaan algoritma genetika yang mampu menentukan kombinasi produksi jilbab sesuai dengan modal dan persediaan sehingga menghasilkan laba maksimum [8]. Dalam artikel ini, pembentukan model FMAD untuk optimasi alokasi portofolio saham pada pasar saham di Indonesia serta penyelesaian model FMAD bilangan *fuzzy* trapesium dengan algoritma genetika akan dibahas.

Metode Penelitian

Dalam penelitian ini disusun model FMAD bilangan *fuzzy* trapesium yang diselesaikan dengan algoritma genetika. Untuk contoh numeris penerapan model FMAD dibatasi hanya menggunakan data saham dengan *return* berdistribusi normal, rata-rata *return* positif, dan konsisten berada dalam indeks harga saham LQ45 selama periode pengamatan yaitu 1 Januari 2014 - 31 Desember 2016. Data harga saham diambil dari laman <https://finance.yahoo.com>. Saham-saham yang diamati dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nama perusahaan dan kode saham

Nama Perusahaan	Kode Saham	Nama Perusahaan	Kode Saham
Astra Agro Lestari Tbk	AALI	Indocement Tunggul Prakasa Tbk	INTP
Adaro Energy Tbk	ADRO	Jasa Marga Tbk	JSMR
AKR Corporindo Tbk	AKRA	Kalbe Farma Tbk	KLBF
Astra International Tbk	ASII	Lippo Karawaci Tbk	LPKR
Alam Sutera Realty Tbk	ASRI		
Bank Central Asia Tbk	BBCA	PP London Sumatra Indonesia Tbk	LSIP
Bank Negara Indonesia Tbk	BBNI	Media Nusantara Tbk	MNCN
Bank Rakyat Indonesia Tbk	BBRI	Perusahaan Gas Negara Tbk	PGAS
Bank Mandiri Tbk	BMRI	Tambang Batubara Bukit Asam	PTBA
Global Mediacom Tbk	BMTR	Pakuwon Jati Tbk	PWON
Bumi Serpong Damai Tbk	BSDE	Semen Indonesia Tbk	SMGR
Charoen Pokphand Indonesia Tbk	CPIN	Telekomunikasi Indonesia Tbk	TLKM
Gudang Garam Tbk	GGRM	United Tractors Tbk	UNTR
Indofood Sukses Makmur Tbk	ICBP	Unilever Indonesia Tbk	UNVR
Indofood Sukses Makmur Tbk	INDF	Wijaya Karya Tbk	WIKA

Return saham dihitung menggunakan harga penutupan harian saham, dan 5 saham dengan rata-rata *return* positif tertinggi dipilih untuk menyusun model portofolio FMAD. Pada artikel ini dibentuk 3 contoh portofolio dengan batasan bobot investasi maksimal 50%, 40%, dan 30%. Metode Mehar digunakan untuk mentransformasi model FMAD ke model PL. Solusi model PL ditentukan dengan algoritma genetika dengan *roulette wheel selection* untuk menentukan induk dari individu, dan *gene mutation* untuk menghasilkan individu baru.

Himpunan Fuzzy

Konsep himpunan *fuzzy* digunakan dalam pembentukan model FMAD. Beberapa definisi yang digunakan dalam artikel ini adalah sebagai berikut:

Definisi 1.

Misalkan X himpunan semesta dan \tilde{A} adalah himpunan fuzzy dari X . Jika terdapat fungsi karakteristik $\mu_{\tilde{A}}(x)$ untuk $x \in X$ yang dinyatakan dengan bilangan real di dalam interval $[0,1]$ maka $\mu_{\tilde{A}}(x)$ disebut fungsi keanggotaan \tilde{A} , dengan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ menyatakan nilai keanggotaan x di dalam \tilde{A} . Suatu himpunan fuzzy \tilde{A} di X dapat didefinisikan sebagai berikut [9],

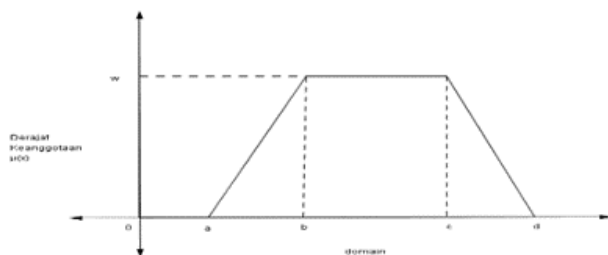
$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\} \tag{1}$$

Definisi 2.

Suatu bilangan fuzzy $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ disebut bilangan fuzzy trapesium jika fungsi keanggotaan diberikan oleh [10]:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{(x-d)}{(c-d)}, & c \leq x \leq d \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \tag{2}$$

Bilangan fuzzy trapesium $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ ditunjukkan oleh Gambar 1.



Gambar 1. Fungsi keanggotaan bilangan fuzzy trapesium

Dalam bilangan fuzzy juga berlaku operasi bilangan dengan definisi sebagai berikut,

Definisi 3.

Untuk $\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1, d_1)$, $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2, d_2)$ adalah dua bilangan fuzzy trapesium, operasi aritmatika pada \tilde{A} dan \tilde{B} sebagai berikut [11],

(i) $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1) \oplus (a_2, b_2, c_2, d_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2)$

(ii) $\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1) \ominus (a_2, b_2, c_2, d_2) = (a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 - b_2, d_1 - a_2)$

(iii) $\tilde{A} \otimes \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1) \otimes (a_2, b_2, c_2, d_2) = (a', b', c', d')$ dengan $a' = \min(a_1 a_2, a_1 d_2, a_2 d_1, d_1 d_2)$, $b' = \min(b_1 b_2, b_1 c_2, c_1 b_2, c_1 c_2)$, $c' = \max(b_1 b_2, b_1 c_2, c_1 b_2, c_1 c_2)$, $d' = \max(a_1 a_2, a_1 d_2, a_2 d_1, d_1 d_2)$

Ranking Function

Ranking function adalah fungsi $\mathfrak{R}: F(\mathfrak{R}) \rightarrow \mathfrak{R}$ yang memetakan setiap bilangan fuzzy pada sebuah bilangan real (Alkanani & Adnan, 2014). Ranking function digunakan untuk membandingkan dua bilangan fuzzy.

Definisi 4.

Untuk \tilde{A} dan \tilde{B} adalah bilangan fuzzy trapesium di dalam $F(\mathfrak{R})$, didefinisikan urutan dari $F(\mathfrak{R})$ adalah sebagai berikut [12],

$$\tilde{A} \succeq \tilde{B} \implies (\mathfrak{R})\tilde{A} \geq (\mathfrak{R})\tilde{B}$$

$$\tilde{A} > \tilde{B} \implies (\mathfrak{R})\tilde{A} > (\mathfrak{R})\tilde{B} \tag{3}$$

$$\tilde{A} \approx \tilde{B} \implies (\mathfrak{R})\tilde{A} = (\mathfrak{R})\tilde{B}$$

dimana \tilde{A} dan \tilde{B} ada pada $F(\mathfrak{R})$ dan juga dapat dituliskan $\tilde{A} \preceq \tilde{B}$ jika $\tilde{B} \succeq \tilde{A}$. Kemudian untuk setiap ranking function linear berlaku $\tilde{A} \succeq \tilde{B}$ jika dan hanya jika $\tilde{A} - \tilde{B} \succeq \tilde{0}$, atau jika dan hanya jika $-\tilde{B} \succeq -\tilde{A}$. Dan juga jika $\tilde{A} \succeq \tilde{B}$ dan $\tilde{C} \succeq \tilde{D}$ maka $\tilde{A} + \tilde{C} \succeq \tilde{B} + \tilde{D}$.

Definisi ranking function yang digunakan dalam artikel ini adalah,

Definisi 5.

ranking function adalah fungsi $\mathfrak{R}: F(\mathfrak{R}) \rightarrow \mathfrak{R}$ yang memetakan bilangan-bilangan fuzzy trapesium ke bilangan real [10]. Untuk bilangan fuzzy trapesium $\tilde{A} = (a, b, c, d)$,

$$\mathfrak{R}(\tilde{A}) = \left[\frac{a+b+c+d}{4} \right] \tag{4}$$

Dan operasi dalam ranking function dijelaskan oleh teorema berikut,

Teorema 1.

Diberikan $\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1, d_1)$ dan $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2, d_2) \in F(\mathfrak{R})$, maka [13].

$$\mathfrak{R}(\tilde{A} \oplus \tilde{B}) = \mathfrak{R}(\tilde{A}) + \mathfrak{R}(\tilde{B}) \tag{5}$$

Bukti.

$(\tilde{A} \oplus \tilde{B}) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2)$ maka

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}(\tilde{A} \oplus \tilde{B}) &= \mathfrak{R}(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2) \\ &= \frac{a_1 + a_2 + b_1 + b_2 + c_1 + c_2 + d_1 + d_2}{4} \end{aligned}$$

$$= \frac{a_1 + b_1 + c_1 + d_1}{4} + \frac{a_2 + b_2 + c_2 + d_2}{4}$$

$$= \mathfrak{R}(\tilde{A}) + \mathfrak{R}(\tilde{B})$$

Adapun penentuan parameter-parameter dari fungsi keanggotaan *fuzzy* pada artikel ini menggunakan *fuzzy distribution*.

Fuzzy Distribution

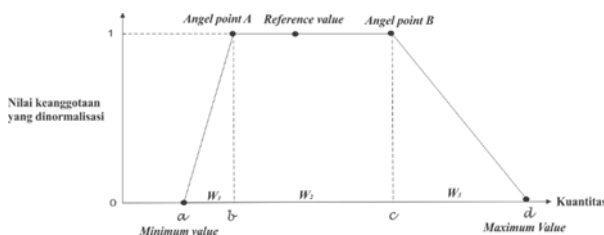
Fuzzy distribution terdiri dari nilai-nilai yang terdefiniskan dari runtun waktu berikut [14] dengan,

$$a = \text{minimum value}$$

$$b = \text{angle point A} = \frac{\text{minimum value} + \text{mean value}}{2}$$

$$c = \text{angle point B} = \frac{\text{mean value} + \text{maximum value}}{2}$$

$$d = \text{maximum value}$$



Gambar 2. *Fuzzy distribution*

Pada Gambar 2, nilai titik berat dinyatakan sebagai *reference value*. *Reference value* ekuivalen dengan *mean value* dari himpunan data yang diproses [14].

Model Portofolio Mean Absolute Deviation (MAD)

Model portofolio MAD dapat dituliskan sebagai berikut,

Meminimalkan

$$\sigma_p = \sum_{i=1}^n a_i x_i = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n \quad (6)$$

dengan kendala

$$\sum_{i=1}^n \bar{r}_i x_i \geq R$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$0 \leq x_i \leq u_i, \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n$$

dan

- a_i : nilai risiko saham ke-i
- x_i : bobot investasi saham ke-i
- σ_p : risiko portofolio MAD
- R : nilai *return* minimal
- u_i : bobot investasi maksimal saham ke-i

serta

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{r}_i}{n} \quad (7)$$

$$a_i = \sum_{t=1}^T \frac{a_{i(t)}}{T} \quad (8)$$

$$a_{i(t)} = |r_{i(t)} - \bar{r}_i| \quad (9)$$

dengan

- $a_{i(t)}$: nilai risiko saham ke-i periode ke-t
- $r_{i(t)}$: *realized return* saham ke-i pada periode ke- t
- \bar{r}_i : *expected return* saham ke-i menggunakan *mean* geometri
- T : banyaknya periode

Model Portofolio Fuzzy Mean Absolute Deviation (MAD)

Model portofolio FMAD dapat dituliskan sebagai berikut,

Meminimalkan $\tilde{\sigma}_p \approx \sum_{i=1}^n \tilde{a}_i \otimes \tilde{x}_i$ dengan kendala,

$$\sum_{i=1}^n \tilde{a}_i \otimes \tilde{x}_i \gtrsim \tilde{R}$$

$$\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \approx \tilde{1}$$

$$\tilde{0} \lesssim \tilde{x}_i \lesssim \tilde{u}_i$$

Model portofolio FMAD yang terbentuk ditransformasi dengan metode Mehar pada Teorema 1 dan *ranking function* sebagai berikut,

Meminimalkan $\mathfrak{R}(\tilde{\sigma}_p)$
dengan kendala,

$$\mathfrak{R}(\sum_{i=1}^n \tilde{a}_i \otimes \tilde{x}_i) \geq \mathfrak{R}(\tilde{R})$$

$$\mathfrak{R}(\sum_{i=1}^n \tilde{x}_i) = \mathfrak{R}(\tilde{1})$$

$$\mathfrak{R}(\tilde{0}) \leq \mathfrak{R}(\tilde{x}_i) \leq \mathfrak{R}(\tilde{u}_i)$$

Algoritma Genetika

Proses evolusi biologis menjadi konsep dasar dari algoritma genetika dalam menentukan solusi optimal dari suatu masalah. Solusi optimal adalah individu terbaik yang kuat dan mampu bertahan dalam proses evolusi. Individu terbaik diperoleh melalui proses seleksi, *crossover*, dan mutasi. Langkah-langkah algoritma genetika adalah sebagai berikut, (i) pengkodean gen, (ii) inialisasi populasi, (iii) evaluasi nilai *fitness*, (iv) elitism, (v) seleksi individu, (vi) pindah silang, (vii) mutasi, (viii) pembentukan populasi baru.

Hasil dan Pembahasan

Proses pembentukan model portofolio FMAD bilangan *fuzzy* trapesium diawali dengan

menghitung nilai *realized return fuzzy, expected return fuzzy, return minimal fuzzy*, serta nilai risiko *fuzzy* saham menggunakan *fuzzy distribution*. Bilangan *fuzzy* trapesium dipilih mengingat karakteristiknya yang dekat bentuk distribusi normal dari *return* saham. Adapun lima saham terpilih yaitu Pakuwon Jati Tbk (PWON), Global Mediacom Tbk (BMTR), Adaro Energy Tbk (ADRO), Perusahaan Gas Negara (PGAS), dan Media Nusantara Citra Tbk (MNCN).

Fungsi tujuan model portofolio FMAD pada artikel ini yaitu meminimalkan risiko portofolio *fuzzy* ($\tilde{\sigma}_p$) yang diperoleh dari jumlahan perkalian antara nilai risiko saham (\tilde{a}_i) dengan bobot investasi *fuzzy* (\tilde{x}_i) masing-masing saham. Pada artikel ini penulis membuat 3 contoh portofolio FMAD dengan batasan bobot investasi maksimal 50%, 40%, dan 30% untuk setiap saham pada portofolio I, II, dan III berturut-turut. x_1, x_2, x_3, x_4 , dan x_5 adalah berturut-turut bobot investasi pada saham Pakuwon Jati Tbk (PWON), Global Mediacom Tbk (BMTR), Adaro Energy Tbk (ADRO), Perusahaan Gas Negara (PGAS), dan Media Nusantara Citra Tbk (MNCN) Diperoleh model portofolio FMAD sebagai berikut,

Meminimalkan

$$\begin{aligned} &(0; 0.009393; 0.095474; 0.172161) \otimes (x_1, x_1, x_1, x_1) \\ &\oplus \\ &(0; 0.009650; 0.090575; 0.161850) \otimes (x_2, x_2, x_2, x_2) \\ &\oplus \\ &(0; 0.010773; 0.085667; 0.149789) \otimes (x_3, x_3, x_3, x_3) \\ &\oplus \\ &(0; 0.007802; 0.090508; 0.165414) \otimes (x_4, x_4, x_4, x_4) \\ &\oplus \\ &(0; 0.009377; 0.078732; 0.138710) \otimes (x_5, x_5, x_5, x_5) \end{aligned}$$

Dengan kendala pertama (10)

$$\begin{aligned} &(-0.100775; -0.049910; 0.086558; 0.172161) \otimes \\ &(x_1, x_1, x_1, x_1) \oplus \\ &(-0.1; -0.050729; 0.080196; 0.161850) \otimes \\ &(x_2, x_2, x_2, x_2) \oplus \\ &(-0.092857; -0.046144; 0.075179; 0.149789) \otimes \\ &(x_3, x_3, x_3, x_3) \oplus \\ &(-0.114286; -0.057470; 0.082380; 0.165414) \otimes \\ &(x_4, x_4, x_4, x_4) \oplus \\ &(-0.088785; -0.044653; 0.069094; 0.138710) \otimes \\ &(x_5, x_5, x_5, x_5) \succeq \\ &(0.021786; 0.021786; 0.021786; 0.021786) \end{aligned}$$

Kendala kedua

$$\begin{aligned} &(x_1, x_1, x_1, x_1) \oplus (x_2, x_2, x_2, x_2) \oplus (x_3, x_3, x_3, x_3) \\ &\oplus (x_4, x_4, x_4, x_4) \oplus (x_5, x_5, x_5, x_5) \\ &\approx (1,1,1,1) \end{aligned}$$

Kendala ketiga

Untuk Portofolio I

$$\begin{aligned} &(0, 0, 0, 0) \preceq (x_i, x_i, x_i, x_i) \\ &\preceq (0.5; 0.5; 0.5; 0.5); \text{ dengan } i \\ &= 1,2,3,4,5 \end{aligned}$$

Untuk Portofolio II

$$\begin{aligned} &(0, 0, 0, 0) \preceq (x_i, x_i, x_i, x_i) \\ &\preceq (0.4; 0.4; 0.4; 0.4); \text{ dengan } i \\ &= 1,2,3,4,5 \end{aligned}$$

Untuk Portofolio III

$$\begin{aligned} &(0, 0, 0, 0) \preceq (x_i, x_i, x_i, x_i) \\ &\preceq (0.3; 0.3; 0.3; 0.3); \text{ dengan } i \\ &= 1,2,3,4,5 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode Mehar pada Teorema 1 dan *ranking function* pada Definisi 5, model (10) dapat ditransformasi sebagai berikut:

Meminimalkan

$$\begin{aligned} &0.069257x_1 + 0.065518x_2 + 0.061557x_3 \\ &\quad + 0.065931x_4 + 0.056705x_5 \\ &\text{Dengan kendala pertama} \quad (11) \\ &0.027009x_1 + 0.022829x_2 + 0.021492x_3 + \\ &0.019010x_4 + 0.018592x_5 \geq 0.021786 \end{aligned}$$

Kendala kedua

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

Kendala ketiga

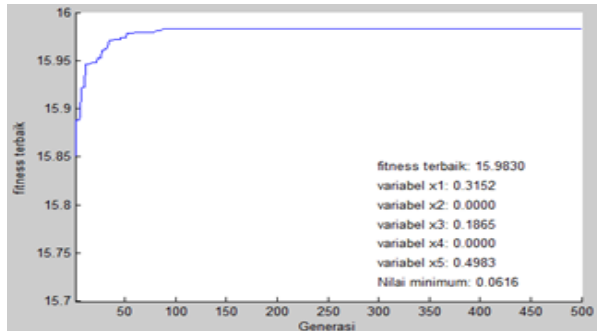
Untuk Portofolio I, $0 \leq x_i \leq 0.5$; dengan $i = 1,2,3,4,5$

Untuk Portofolio II, $0 \leq x_i \leq 0.4$; dengan $i = 1,2,3,4,5$

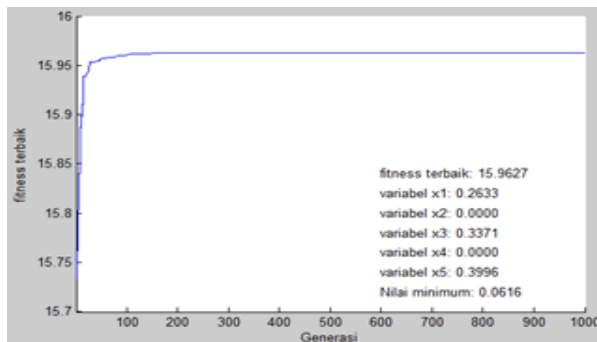
Untuk Portofolio III, $0 \leq x_i \leq 0.3$; dengan $i = 1,2,3,4,5$

Model portofolio PL yang terbentuk diselesaikan dengan algoritma genetika. Proses ini dimulai dengan menentukan skema pengkodean gen dengan *binary encoding*, membangkitkan populasi awal, menghitung nilai *fitness* individu, menentukan induk dari individu dengan *roulette wheel selection*, melakukan prosedur *one point-crossover*, menghasilkan individu baru dengan *gene mutation*, menyusun populasi baru sampai memperoleh individu dengan nilai *fitness* yang optimal. Tujuan optimasi ini mencari bobot portofolio dengan risiko minimal atau ekuivalen dengan nilai *fitness* yang maksimal yaitu $f = \frac{1}{\Re(\tilde{\sigma}_p) + \alpha}$ dengan $\alpha = 0,001$. Rangkuman hasil percobaan dengan nilai *fitness* terbaik dari algoritma genetika diberikan pada Tabel 2 dan

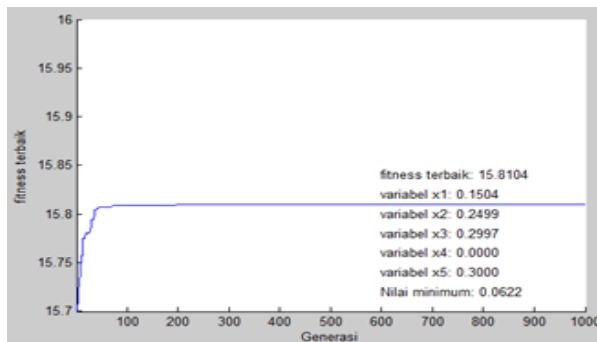
nilai *fitness* untuk masing-masing portofolio diberikan pada Gambar 3, 4, dan 5. Dari 3 portofolio yang tersusun dipilih satu portofolio terbaik berdasarkan kriteria *indeks sharpe* tertinggi. Dari Tabel 3 terlihat bahwa portofolio I memiliki *indeks sharpe* terbaik.



Gambar 3. Nilai *fitness* untuk portofolio I



Gambar 4. Nilai *fitness* untuk portofolio II



Gambar 5. Nilai *fitness* untuk portofolio III

Tabel 1. Indeks sharpe portofolio

Portofolio	Indeks Sharpe
I	0,354
II	0,353
III	0,349

Tabel 2. Solusi model FMAD dengan algoritma genetika

Portofolio	Ukuran Populasi/Jumlah Iterasi	X1	X2	X3	X4	X5	Nilai Return Portofolio
I	500/500	0,3	0	0,2	0	0,5	0,02
II	200/1000	0,3	0	0,3	0	0,4	0,02
III	500/500	0,2	0,2	0,3	0	0,3	0,02

Dibandingkan juga portofolio I model FMAD dengan portofolio model MAD. Diperoleh hasil portofolio FMAD memiliki *indeks sharpe* sebesar 0,354 yang lebih tinggi dibandingkan *indeks sharpe* portofolio MAD sebesar 0,038 atau dengan kata lain portofolio FMAD lebih optimal dibanding portofolio MAD.

Kesimpulan

Proses pembentukan model portofolio FMAD bilangan *fuzzy* trapesium diawali dengan menghitung nilai *realized* return *fuzzy*, *expected return fuzzy*, *return* minimal *fuzzy*, serta nilai risiko *fuzzy* saham. Model FMAD ditransformasi menggunakan metode Mehar yang diselesaikan dengan algoritma genetika. Penyelesaian yang dihasilkan oleh algoritma ini belum tentu merupakan solusi eksak optimal, namun algoritma genetika menghasilkan solusi yang lebih optimal pada setiap generasinya yang terlihat dari nilai *fitness* tiap generasi. Ilustrasi numerik 3 portofolio saham dengan *return* berdistribusi normal, rata-rata *return* positif, dan konsisten berada dalam indeks harga saham LQ45 selama 3 tahun memberikan *indeks sharpe* tertinggi sebesar 0,354 yang lebih baik daripada portofolio model MAD.

Penelitian lanjutan dapat dilakukan pada saham dengan *return* yang tidak berdistribusi normal dan fungsi keanggotaan *fuzzy* sesuai karakteristik distribusi *return* saham. Penggunaan teknik seleksi lain seperti *roulette wheel* dan penggunaan *shift mutation* pada algoritma genetika dapat dilakukan untuk meningkatkan kecepatan konvergensi.

Ucapan Terima Kasih

Kami berterima kasih kepada semua civitas akademika Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta yang telah mendukung penelitian ini.

Daftar Pustaka

- [1] Kusumawati, R., & Subekti, R. (2017). *Fuzzy bi-objective linear programming for portfolio selection problem with magnitude ranking function*. Mathematics Education Department Yogyakarta State University.
- [2] Qin, Z., Wen, M., & Gu, C. (2011). Mean-absolute deviation portfolio selection model with fuzzy returns. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 8(4), 61-75.
- [3] Subekti, R., & Kusumawati, R. (2015). *Portfolio selection in indonesia stock market with fuzzy bi-objective linear programming*. Mathematics Education Department, Yogyakarta State University.
- [4] Rommerfanger H. (2011). Fuzzy linear programming and applications. *European Journal Operational Research*, 1(1), 512-527.
- [5] Sidhu, S. K., Kumar, A., & Appadoo, S. S. (2014). Mehar methods for fuzzy optimal solution and sensitivity analysis of fuzzy linear programming with symmetric trapezoidal fuzzy number. *Mathematical Problem in Engineering*, 2(2), 1-8.
- [6] Mahmudy, W. F. (2013). *Algoritma evolusi*. Universitas Brawijaya: Program Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer.
- [7] Mulyadi, E. B. (2011). *Optimasi alokasi portofolio saham pada pasar modal Indonesia menggunakan algoritma genetika*. Sekolah Pasca Sarjana Institut Pertanian Bogor.
- [8] Samaher & Mahmudy, W. F. (2015). Penerapan algoritma genetika untuk memaksimalkan laba produksi jilbab. *Journal of Environmental Engineering & Sustainable Technology*, 2(1), 6-11.
- [9] Sakawa, M. (1993). *Fuzzy sets and interactive multiobjective optimization*. Plenum Press.
- [10] Kumar, A., Singh, P., Kaur, A., & Kaur, P. (2010). Ranking of generalized trapezoidal fuzzy numbers based on rank, mode, divergence and spread. *Turkish Journal of Fuzzy Systems*, 1(2), 141-152.
- [11] Kumar, A., Singh, P., & Kaur, J. (2010). Generalized simplex algorithm to solve fuzzy linear programming problems with ranking of generalized fuzzy numbers. *Turkish Journal of fuzzy systems*, 1(2), 80-103.
- [12] Mahdavi-Amiri, N., Nasseri, S. H., & Yazdani, A. (2009). Fuzzy primal simplex algorithms for solving fuzzy linear programming problems. *Iranian Journal of Operations Research*, 7(1), 68-84.
- [13] Hatami, A., & Kazemipoor, H. (2014). Solving fully fuzzy linear programming with symmetric trapezoidal fuzzy number using Mehar's method. *International Journal of Research in Industrial Engineering*, 4(2), 463-470.
- [14] Frantti, T. (2001). *Timing of fuzzy membership function from data*. Engineering: Department of Process and Environmental University of Oulu.
- [15] Alkanani, I. H., & Adnan, F. A. (2014). Ranking function methods for solving fuzzy linear programming problems. *Mathematical Theory and Modeling*, 4(4), 65-72.