

# ANALISA DINAMIKA SISTEM DAN PEMODELAN PADA DEREK *CRANE* TIGA DIMENSI (3D) DENGAN BEBAN BAWAAN

Moh Khairudin

Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta  
Jl Colombo No.1 Yogyakarta, 55281  
e-mail: [moh\\_khairudin@uny.ac.id](mailto:moh_khairudin@uny.ac.id)

## Abstrak

Pengembangan model dinamis yang efisien dan analisa dinamika sistem pada derek *crane* tiga dimensi (3D) dengan beban muatan bawaan. Arah gerakan yang akan dibahas pada sistem derek *crane* 3D yaitu gerakan secara simultan pada sumbu X, naik dan turun searah sumbu Y serta secara simultan gerakan searah dengan sumbu Z. Persamaan dinamis gerakan sistem derek *crane* 3D menggunakan metode *Lagrange* dan persamaan diferensial nonlinear. Analisa dinamika sistem dilakukan dengan menggunakan *Matlab/Simulink* untuk mengamati perilaku dinamis pada sistem derek *crane* 3D dalam domain waktu dan domain frekuensi. Respon sistem derek *crane* 3D meliputi respon posisi kedudukan rel, troli dan beban bawaan, serta sudut ayunan beban bawaan. Hasil menunjukkan untuk sudut ayunan,  $\alpha$  menunjukkan sudut ayun yang signifikan pada  $\pm 0,09$  rad. Sudut ayunan  $\beta$  menunjukkan sudut yang signifikan pada  $\pm 0,07$  rad. Sistem beresilasi pada  $\pm 0,009$  rad.

Kata kunci: derek crane 3D, dinamika sistem, pemodelan

## Abstract

*This paper presents the development of a dynamic modelling of a three-dimensional (3D) crane with payload. A 3D crane with simultaneous travelling, traversing, and hoisting is considered. The dynamic equations of motion of the crane system are derived using the Lagrange's method and represented in nonlinear differential equations. Simulation is performed using Matlab/Simulink to investigate the dynamic behaviour of the system both in time and frequency domains. System responses including positions of rail, trolley and payload, and payload sway angle are obtained and analyzed. The results show for sway angle,  $\alpha$  exhibits significant and persistent sway angle of  $\pm 0.09$  rad. On the other hand, the sway angle,  $\beta$  shows a significant initial sway angle of  $\pm 0.07$  rad. Then the system oscillates with a persistent angle of  $\pm 0.009$  rad.*

*Keywords: crane 3D, dynamic system, modelling*

## PENDAHULUAN

Teknologi *crane* semakin meningkat pemanfaatannya terutama pada bidang transportasi dan konstruksi. Teknologi *crane* menempati peran penting dalam industri. *Crane* digunakan untuk melakukan tugas-tugas penting dan menantang seperti pem-

angunan jembatan, bendungan, bangunan, dan menara bertingkat tinggi. *Crane* juga sangat diperlukan dalam perdagangan, seperti *crane* yang banyak digunakan untuk mengangkut beban berat dan bahan berbahaya di galangan kapal, pabrik dan gudang.

Sebuah *crane* terdiri dari pengangkat mekanik, tali sebagai pengangkat dan pembawa beban, kait dan mekanik pendukung troli-girder dan troli-jib. Pendukung mekanik bergerak pada titik suspensi sekitar ruang kerja *crane*. Pengangkat mekanik mengangkat dan menurunkan beban muatan untuk menghindari rintangan di jalur gerakan dan agar muatan beban bergerak pada area titik sasaran (Pratiwi dan Mohamed, 2008).

Teknologi *crane* dapat diklasifikasikan berdasarkan derajat kebebasan gerakan mekanik dan titik suspensi (Abdel-Rahman *et al*, 2003). Pendukung mekanik derek *crane* terdiri dari troli yang bergerak di atas rel/jembatan. Dalam beberapa *crane*, rel/jembatan dipasang dengan pagar ortogonal bidang horisontal. Pengaturan ini memungkinkan titik suspensi satu atau dua pada bidang horisontal. Tiang penyangga *crane*, rel/jembatan berputar pada bidang horizontal mengitari sumbu vertikal yang tetap. Hal ini memungkinkan titik suspensi dari dua pola gerakan pada bidang horisontal yaitu perpindahan dan rotasi. Titik suspensi pada derek *crane* adalah tetap yaitu pada akhir gerakan. Titik suspensi ini memiliki dua pola gerakan rotasi di sekitar dua sumbu ortogonal yang terletak di dasar tiang.

Beberapa penelitian telah mengembangkan model dinamis pada sistem derek

*crane* 3D. Pengembangan pemodelan dan metode pengendalian untuk sistem derek *crane* 3D telah dipaparkan oleh Lee (1998). Performansi model derek *crane* dinamis untuk menentukan kecepatan yang optimal dalam meminimalkan ayunan beban telah diteliti oleh Eriksson *et al*. (2006) dan Renuka dan Abraham (2013).

Pemodelan sistem derek *crane* 3D ini sangat penting untuk mendapatkan model yang presisi. Kondisi ayunan yang sangat cepat saat sistem derek *crane* 3D membawa beban adalah masalah yang sering terjadi sehingga membahayakan bagi siapapun yang bekerja dengan sistem derek *crane* 3D. Manuver gerakan yang cepat mengakibatkan ayunan tali semakin meningkat sehingga dapat menurunkan kinerja sistem derek *crane* 3D secara keseluruhan (Ahmad M.A. *et al*, 2010).

Tujuan simulasi ini adalah untuk mendapatkan model dinamis sistem derek *crane* 3D tentunya berdasarkan beberapa pendekatan dan untuk menganalisis perilaku dinamis sistem derek *crane* 3D.

Dalam pemodelan sistem derek *crane* 3D ada dua metode yang sering digunakan yaitu metode persamaan massa (*lumped-mass method*) atau sering disebut metode reduksi (*reduced method*) dan metode pembentangan (*extended method*). Pendekatan yang paling banyak digunakan adalah

model *lumped-mass*. Dalam model ini, daya pengangkat tali dianggap bersumber dari tali yang tidak bermassa. Tali yang membawa beban dimodelkan sebagai pendulum, sehingga dihasilkan representasi persamaan matematis sederhana yang menggambarkan dinamika kompleks gerakan muatan beban. Model *lumped-mass* dapat dikategorikan menjadi dua kelas, tergantung pada cara bagaimana penghubung eksternal disambungkan ke sistem, yaitu dengan cara dikurangi (*reduced model*) atau diperpanjang (*extended*) model (Abdel-Rahman *et. al.*, 2003).

Model perluasan (*extended*) merupakan model dinamis dari sistem pendukung mekanik *crane*, tali pembawa beban dan bagian utama *crane*. Model perluasan (*extended*) adalah cara yang unik untuk menangkap satu model dinamika struktur derek *crane*.

Dalam simulasi ini, pemodelan sistem derek *crane* 3D ini dikembangkan dengan menggunakan persamaan Lagrange. *Matlab* dan *Simulink* digunakan untuk mensimulasikan dan mengamati perilaku sistem. Proses verifikasi hasil pemodelan dinamis pada sistem derek *crane* 3D dilakukan dengan cara membandingkan model dinamis yang telah dipublikasikan pada beberapa jurnal internasional.

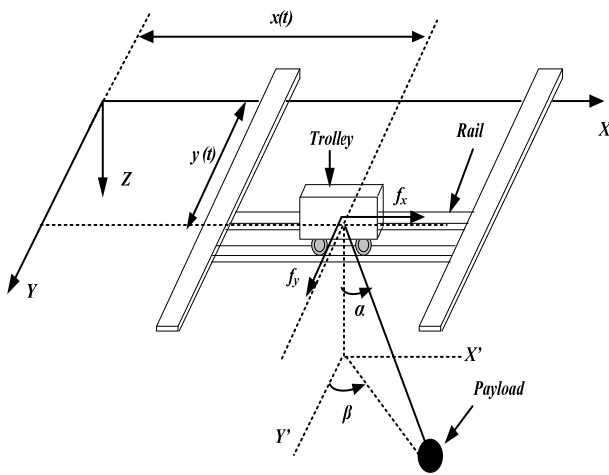
## **METODE PENELITIAN**

Metode penggabungan model non-linier dan linier untuk mendapatkan persamaan sistem beban, troli, rel, panjang tali dan sudut ayunan. Sistem derek *crane* 3D dikembangkan berdasarkan sudut ayunan sepanjang dua derajat kebebasan (*degree of freedom*, DOF). Persamaan gerak sistem derek *crane* 3D yang diper-oleh menggunakan persamaan *Lagrange*. Selanjutnya persamaan dinamika gerak sistem derek *crane* 3D direpresentasikan dalam persamaan diferensial. Model matematika derek *crane* 3D disimulasikan dengan *Matlab* dan *Simulink* untuk mengamati perilaku dinamis respon sistem. Respon sistem yang diamati yaitu posisi rel  $x(t)$ , posisi troli  $y(t)$ , dan sudut ayunan beban  $\alpha$  dan  $\beta$ . Respon sistem sistem dianalisa dalam domain waktu dan domain frekuensi.

Sistem derek *crane* 3D dengan beban bawaan terdiri dari tiga komponen: pendulum, troli dan rel. Gambar 1 menunjukkan diagram sistem derek *crane* 3D yang digunakan dalam pemodelan ini. Beban bawaan terpasang di pendulum, yang diangkat oleh tali, diangkat dan diturunkan dalam arah sumbu-Z. Troli bergerak dan sejajar dengan rel ke arah sumbu-Y. Rel dan troli melakukan gerakan

horizontal ke arah sumbu-X. Gerakan troli di atas rel, dan mengangkat beban dapat dilakukan dalam dua DOF.

Dengan menggunakan sumbu-XYZ sebagai sistem koordinat,  $m_c$  sebagai massa troli bergerak di sumbu-X dan  $m_r$  sebagai massa rel bergerak di sumbu-Y.  $\alpha$  menunjukkan sudut beban berhubungan dengan arah vertikal (sumbu-Z) dan  $\beta$  menunjukkan proyeksi sudut beban sepanjang arah sumbu-X.  $R$  merupakan panjang tali. Dalam pengamatan ini, respon sistem yang diamati meliputi posisi rel, troli dan beban, dan ayunan beban. Hal ini dimaksudkan agar rel dan troli dapat membawa beban mencapai lokasi yang diinginkan secepat mungkin dengan ayunan yang relatif kecil.



Gambar 1. Skema Diagram Sistem Crane 3D

Berikut ini adalah beberapa parameter yang ditentukan untuk mendapatkan model dinamis pada sistem derek crane 3D.

massa troli ,  $m_c = 1$  kg

massa beban,  $m_p = 0,7$  kg

massa rel ,  $m_r = 1,5$  kg

Panjang tali pengangkat beban,  $l = 0,30$  m

Gravitasi,  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>

input torsi,  $F = 1$  Nm

rasio redaman,  $D_x$  dan  $D_y = 0$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan Gambar 1, posisi beban bawaan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$x_p = x_c + R \sin \alpha \cos \beta \quad (1)$$

$$y_p = y_c + R \sin \alpha \sin \beta \quad (2)$$

$$z_p = z_c - R \cos \alpha \quad (3)$$

dengan  $x_p, y_p$  dan  $z_p$  menunjukkan posisi muatan beban pada sumbu  $X, Y$  dan  $Z$ .  $x_c, y_c$  and  $z_c$  menunjukkan posisi troli pada sumbu  $X, Y$  and  $Z$ . Bila diketahui  $\dot{x}_p, \dot{y}_p, \dot{z}_p, \dot{x}_c, \dot{y}_c$  dan  $\dot{z}_c$  merupakan bentuk derivatif pertama dari  $x_p, y_p, z_p, x_c, y_c$  dan  $z_c$ . Persamaan derivatif dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\dot{x}_p = \dot{x}_c + (\dot{R} \sin \alpha \cos \beta + R \dot{\alpha} \cos \alpha \cos \beta - R \dot{\beta} \sin \alpha \sin \beta) \quad (4)$$

$$\dot{y}_p = \dot{y}_c + (\dot{R} \sin \alpha \sin \beta + R \dot{\alpha} \cos \alpha \sin \beta + R \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta) \quad (5)$$

$$\dot{z}_p = \dot{z}_c - (\dot{R} \cos \alpha - R \dot{\alpha} \sin \alpha) \quad (6)$$

Persamaan sistem dapat ditulis menggunakan persamaan *Lagrange* berikut:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \quad (7)$$

dengan  $L = T - P$  adalah *Lagrangian*,  $T$  merupakan energi kinetik,  $P$  energi potensial,  $q = [x_c \ y_c \ \alpha \ \beta]^T$  merupakan koordinat umum dan  $Q$  masukan *torque*. Dalam simulasi ini menggunakan dua masukan *torque*,  $f_x$  and  $f_y$ . Persamaan dinamis sistem derek *crane* 3D dengan koordinat  $x_c, y_c, \alpha$  and  $\beta$ .

Persamaan titik-titik koordinat dan persamaan *Lagrange* dapat dituliskan

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_c} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = f_x \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_c} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} = f_y \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} = 0 \quad (11)$$

Energi kinetik pada sistem derek *crane* 3D dapat dituliskan:

$$T = \frac{1}{2} (m_c \dot{x}_c^2 + m_r \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2} m_p (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \quad (12)$$

dan energi potensial dapat dituliskan:

$$P = m_p g z_p = - m_p g R \cos \alpha \quad (13)$$

dengan  $g$  konstanta gravitasi,  $m_p$  massa muatan beban. Oleh karena itu persamaan *Lagrange* menjadi:

$$L = T - P = \frac{1}{2} (m_c \dot{x}_c^2 + m_r \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2} m_p (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) + m_p g R \cos \alpha \quad (14)$$

Pada simulasi ini menggunakan nilai panjang  $R, \dot{R} = \ddot{R} = 0$  sehingga penyelesaian persamaan (8), (9), (10) dan (11) adalah

$$\begin{aligned} (m_c + m_p) \ddot{x}_c + m_p R \ddot{\alpha} \cos \alpha \cos \beta \\ - m_p R \ddot{\beta} \sin \alpha \sin \beta \\ - m_p R \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \cos \beta \\ - m_p R \dot{\beta}^2 \sin \alpha \cos \beta - \\ 2 m_p R \alpha \beta \cos \alpha \sin \beta = f_x - D_{xx} \dot{x}_c \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} (m_r + m_p) \ddot{y}_c + m_p R \ddot{\beta} \cos \beta - \\ m_p R \dot{\beta}^2 \sin \beta = f_y - D_{yy} \dot{y}_c \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} m_p R^2 \ddot{\alpha} \cos^2 \beta + m_p R \ddot{x}_c \cos \alpha \cos \beta + \\ m_p g R \sin \alpha \cos \beta - 2 m_p R^2 \alpha \dot{\beta} \sin \beta \cos \beta = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} m_p R^2 \ddot{\beta} + \ddot{y}_c m_p R \cos \beta + \\ m_p g R \sin \beta \cos \alpha - \\ m_p R \ddot{x}_c \sin \alpha \sin \beta + \\ 2 m_p R^2 \dot{\alpha}^2 \cos \beta \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

dengan  $D_x$  dan  $D_y$  adalah koefisien *viscous damping* derek *crane* pada sumbu  $X$  dan  $Y$ .

Dengan metode eliminasi dan substitusi persamaan (15), (16), (17), (18), maka persamaan model dinamis nonlinear sistem derek *crane* 3D dapat dibentuk dalam persamaan diferensial matrix berikut:

$$M(q) \ddot{q} + V_m(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = u \quad (19)$$

Dalam rangka mendapatkan sistem model yang dapat digunakan untuk membuat sistem kendali maka dilakukan proses linearisasi. Langkah linearisasi adalah dengan mengambil sudut ayunan yang kecil yaitu  $\alpha \approx 0$  and  $\beta \approx 0$ , sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \sin \beta \approx \beta & & \dot{\alpha}^2 \approx 0 \\ \sin \alpha \approx \alpha & & \dot{\beta}^2 \approx 0 \\ \cos \alpha \approx 1 & & \dot{\alpha} \dot{\beta} \approx 0 \\ \cos \beta \approx 1 & & \end{aligned} \quad (20)$$

Sehingga matrik (19) dapat disederhanakan menjadi

$$M(q)\ddot{q} = \begin{bmatrix} (m_c + m_p) & 0 & m_p R & -m_p R \alpha \beta \\ 0 & (m_r + m_p) & m_p R \beta & m_p R \alpha \\ m_p R & m_p R \beta & m_p R^2 & 0 \\ -m_p R \alpha \beta & m_p R \alpha & 0 & m_p R^2 \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$V_m(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{Y}_c \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}$$

$$G = [0 \quad 0 \quad m_p g R \alpha \quad 0]^T \text{ dan}$$

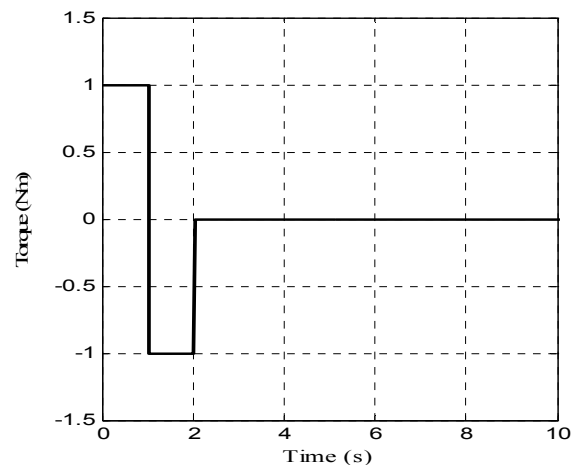
$$u = [f_x \quad f_y \quad 0 \quad 0]^T$$

Selanjutnya akan dapat terselesaikan persamaan diferensial pada Persamaan (19) untuk mendapatkan posisi rel dan troli serta sudut ayunan  $\alpha$  and  $\beta$ . Model dinamis sistem derek *crane* 3D ini juga telah dirancang oleh Lee (1998), akan tetapi dalam hal ini dibuat beberapa pendekatan yang berbeda.

Langkah selanjutnya, model matematika yang diturunkan kemudian disimulasikan dengan *Matlab/Simulink* untuk mengamati perilaku dinamis sistem derek *crane* 3D. *Simulink* adalah *platform* untuk simulasi multi-domain dan desain model berbasis sistem dinamis. *Simulink* menyediakan seperangkat grafis interaktif dan set *library*, sehingga dapat melihat sistem waktu yang bervariasi.

Dalam simulasi ini, sinyal masukan bang-bang dengan amplitudo  $\pm 1$  Nm digunakan sebagai torsi masukan.

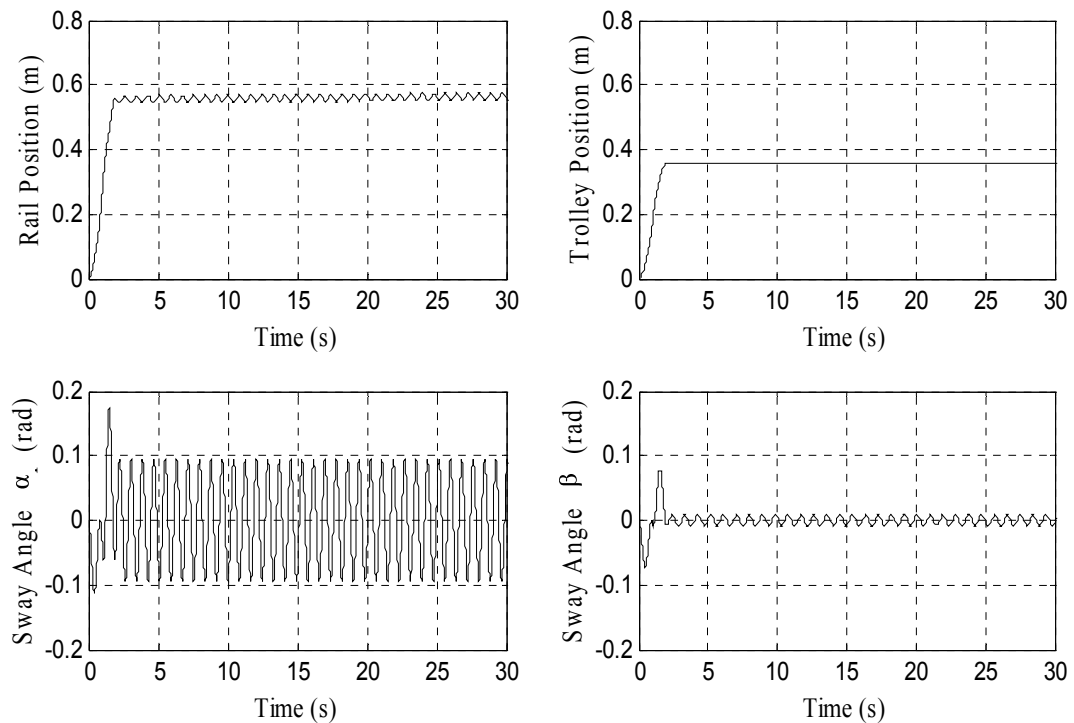
Gambar 2 menunjukkan torsi masukan bang-bang untuk motor yang menggerakkan troli dan rel. Masukan torsi bang-bang memiliki periode positif dan negatif untuk memungkinkan sistem derek *crane* bergerak dan kemudian melambat dan akhirnya berhenti di posisi target.



Gambar 2. Masukan Bang-Bang

Gambar 3 menunjukkan respon sistem derek *crane* 3D dengan torsi masukan bang-bang dalam domain waktu. Dengan torsi masukan, rel berpindah sejauh 0,55 m dan troli berpindah sejauh 0,36 m. Sedangkan respon rel dengan *settling time* 1,93 s dan *overshoot* 3,2%. Adapun troli dengan *settling time* 1,81 s dan *overshoot* 0,21%. Respon ini menunjukkan posisi rel melakukan ayunan dan berosilasi pada lokasi yang ditargetkan.

Berdasarkan Gambar 3 tampak bahwa ayunan muatan beban terjadi secara signifikan selama dan setelah pergerakan



Gambar 3. Respon Sistem Derek Crane 3D

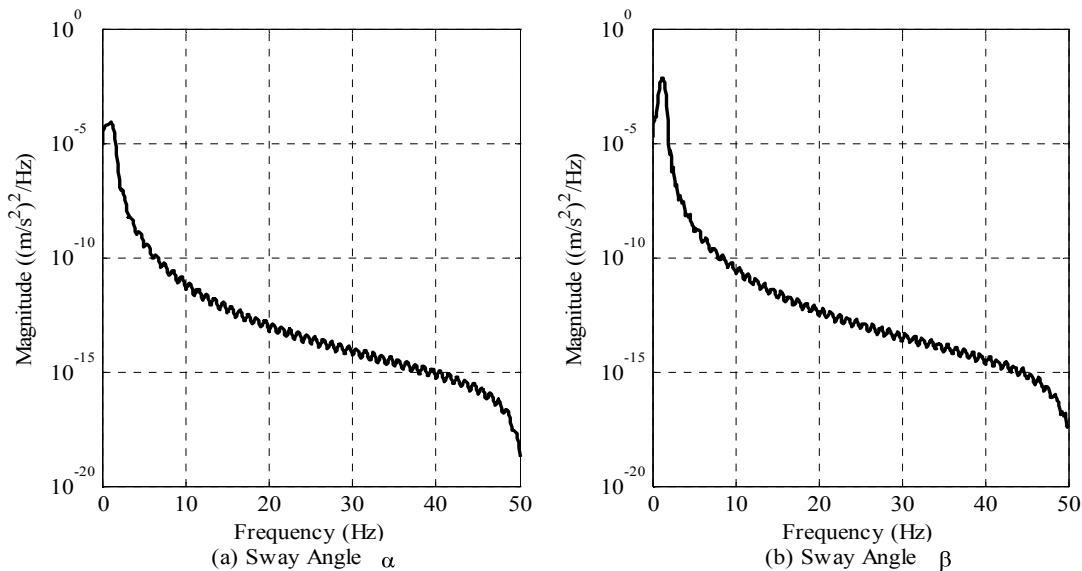
sistem derek *crane* 3D. Sebagaimana yang diharapkan dengan tanpa redaman, maka muatan beban akan terus berosilasi. Sudut ayunan,  $\alpha$  menunjukkan sudut ayun yang signifikan dan kontinu  $\pm 0,09$  rad.

Di sisi lain, sudut ayunan,  $\beta$  menunjukkan sudut ayun awal yang signifikan  $\pm 0,07$  rad. Selanjutnya sistem berosilasi dengan sudut tetap  $\pm 0,009$  rad. Evaluasi ayunan muatan dilakukan menggunakan metode *integral squared error* (ISE), dengan membandingkan sudut  $\alpha$  dan  $\beta$ . Dalam kasus ini, ISE untuk  $\alpha$  diperoleh 6,70 dan ISE  $\beta$  adalah 0,75. Gambar 4 menunjukkan respon frekuensi sudut ayunan muatan  $\alpha$  dan  $\beta$ . Data

menunjukkan bahwa frekuensi ayunan dominan untuk  $\alpha$  adalah 1,07 Hz dan  $\beta$  adalah 1,17 Hz.

## KESIMPULAN

Analisa dinamika sistem dan pemodelan sistem derek *crane* 3D telah dipaparkan. Model dinamis telah diturunkan dengan menggunakan persamaan *Lagrange* dan disimulasikan dengan *Matlab/Simulink*. Perilaku sistem telah diamati dan dibahas dalam domain waktu dan domain frekuensi. Hasil menunjukkan bahwa ayunan muatan beban terjadi secara signifikan pada saat dan setelah pergerakan sistem derek *crane* 3D. Dengan



Gambar 4. Respon Domain Frekuensi Sudut Ayunan  $\alpha$  dan  $\beta$  Sistem Derek Crane 3D

didapatkannya dinamika sistem dan model yang valid diharapkan dapat digunakan untuk mendesain sistem kendali yang tepat dan akurat pada sistem derek crane 3D .

#### Daftar Pustaka

- Abdel-Rahman, E.M., Nayfeh, A.H., and Masoud, Z.N. 2003. Dynamic and control of crane: Ar. *Journal of Vibration and Control*. 9: 863-908.
- Ahmad, M.A., Raja Ismail, R.M.T, Ramli, M.S, Rizal, F., Rashidi, M. 2010. Nonlinear Dynamic Modelling and Analysis of a 3-D Overhead Gantry Crane System with System Parameters Variation. *International Journal of Simulation: Systems, Science and Technology*. 11 (2 (March 2010).
- Eriksson, Holta, V., Misol, M. 2006. Modelling, simulation and control of a

laboratory-scale trolley-crane system. *Proceeding of 47th Conference on Simulation and Modelling*, September, Helsinki, Finland.

- Lee, H. 1998. Modelling and control of a three-dimensional overhead crane. *Journal of Dynamic System, Measurement and Control*. 120: 471-476.
- Pratiwi, A.F. and Mohamed, Z. 2008. Dynamic Modelling and Sway Control of a Three Dimensional Gantry Crane. *Proceedings of 2008 Student Conference on Research and Development (SCOReD 2008)*. Universiti Teknologi Malaysia. Nov 26-27, 2008.
- Renuka V.S. dan Mathew, Abraham T. 2013. Precise modelling of a gantry crane system including friction, 3d angular swing and hoisting cable flexibility. *International Journal on Theoretical and Applied Research in Mechanical Engineering (IJTARME)* Volume-2, Issue-1, 2013.